

## Model Tuberkulosis Laten dengan Penambahan Obat Herbal dalam Pengendalian Tuberkulosis di Bogor

Embay Rohaeti<sup>1\*)</sup> & Ani Andriyati<sup>2</sup>,  
<sup>1,2</sup> Universitas Pakuan

### INFO ARTICLES

#### Key Words:

Model; Tuberkulosis Laten; Herbal.



This article is licensed under a Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License.

**Abstract:** *One way to suppress rate of spread of tuberculosis disease is by analyzing latent tuberculosis patients to avoid turning into an active tuberculosis suffer that break chain of tuberculosis disease transmission. Phenomenon can be modeled mathematically, then the model is used to predict the rate of spread of tuberculosis disease in the future. The research was initiated by forming model compartment, forming model, determining fixed point of the model, determining the number of basic reproduction, analyzing fixed-point stability, predicting the rate of tuberculosis spread in the future In Bogor. The result is model for the spread of tuberculosis disease with addition of herbal medicines variable to patients with latent tuberculosis, the rate of spread of tuberculosis disease for the latent tuberculosis's group declines on the 7<sup>th</sup> year followed by increasing the cured tuberculosis's group, but could not decreasing infected tuberculosis's group down to zero because mycobacterium tuberculosis bacteria is dormant.*

**Abstrak:** Salah satu cara untuk menekan laju penyebaran penyakit tuberkulosis yaitu dengan menganalisis penderita tuberkulosis laten agar tidak berubah menjadi penderita tuberkulosis aktif, sehingga dapat memutus rantai penularan penyakit tuberkulosis. Fenomena tersebut dapat dimodelkan secara matematika, kemudian model tersebut digunakan untuk memprediksi laju penyebaran penyakit tuberkulosis pada masa yang akan datang. Penelitian ini diawali dengan membentuk kompartemen model, membentuk model matematika, menentukan titik tetap model, menentukan bilangan reproduksi dasar, menganalisis kestabilan titik tetap, memprediksi laju penyebaran tuberkulosis pada masa yang akan datang di wilayah Bogor. Adapun hasil yang diperoleh yaitu terbentuknya model matematika untuk penyebaran penyakit tuberkulosis dengan penambahan variabel obat herbal pada penderita tuberkulosis laten, laju penyebaran penyakit tuberkulosis untuk kelompok individu penderita tuberkulosis laten menurun pada tahun ke 7 diikuti dengan meningkatnya kelompok individu sembuh, tetapi tidak dapat menurunkan kelompok individu terinfeksi tuberkulosis sampai dengan nol dikarenakan bakteri *Mycobacterium tuberculosis* bersifat dormant.

Correspondence Address: Jl. Pakuan PO Box 452 Bogor 16143. Jawa Barat, Indonesia; e-mail: [embayrohaeti@gmail.com](mailto:embayrohaeti@gmail.com)

**Copyright:** Rohaeti, E. & Andriyati, A., (2019)

**Competing Interests Disclosures:** The authors declare that they have no significant competing financial, professional or personal interests that might have influenced the performance or presentation of the work described in this manuscript.

## PENDAHULUAN

Indonesia pada saat ini menduduki peringkat kedua terbanyak untuk penderita tuberkulosis (TB) di dunia yaitu di bawah India dan di atas China karena sejak Tahun 2015 prevalensi TB mencapai 647 per 100.000 dan insiden 399, hal ini disampaikan pada seminar edukasi TB yang diselenggarakan RSUP Persahabatan. (Romending,2016). Selain itu dikarenakan kondisi pemukiman padat penduduk di wilayah Bogor yang berada di lingkungan yang lembab merupakan kondisi yang ideal bagi penyebaran penyakit tuberkulosis (TB) akibat semakin cepatnya penularan bakteri *Mycobacterium Tuberculosis* melalui udara dari penderita TB kepada orang lain di sekitar penderita, hal ini dibuktikan oleh tingginya angka prevalensi penderita TB di wilayah Kabupaten Bogor yang mencapai 240 orang per 100.000 orang (Komariah dkk, 2013). Kunci keberhasilan dalam mengontrol penyakit tuberkulosis yaitu dengan memberikan perhatian khusus kepada penderita tuberkulosis laten yang setiap saat akan berubah menjadi penderita tuberkulosis aktif, hal ini dapat menyebabkan sulitnya penyakit tuberkulosis menghilang. (Kasprowicz, 2011).

Pengobatan TB memerlukan waktu yang lama, biaya yang mahal dan penggunaan kombinasi beberapa obat pada saat terapi, obat yang umum digunakan yaitu isoniazid, rifampisin, etambutol dan pirazinamid. (Sulistia, 1995). Perubahan paradigma masyarakat untuk kembali ke alam (*back to nature*) menyebabkan penggunaan obat herbal akhir-akhir ini meningkat, berdasarkan hal tersebut penelitian pendahuluan telah dilakukan untuk mengetahui pengaruh obat herbal dalam pengobatan penyakit tuberkulosis, adapun hasil penelitian menunjukkan bahwa penggunaan obat herbal sebagai kombinasi obat sintesis memberikan pengaruh pada pengobatan dan penyebaran penyakit tuberkulosis di Wilayah Bogor (Rohaeti, 2015). Menteri Kesehatan RI menegaskan bahwa masalah TB bukan masalah kesehatan semata, namun juga berkaitan dengan masalah sosial dan ekonomi serta menyerang usia produktif (Girsang dkk, 2002; DepKes RI, 2008). Dengan demikian penyakit tuberkulosis merupakan ancaman terhadap cita-cita pembangunan dalam meningkatkan kesejahteraan rakyat secara menyeluruh, karenanya perang terhadap penyakit tuberkulosis berarti perang terhadap kemiskinan dan ketidakproduktifan. Masih tingginya kasus TB di wilayah Bogor menjadi alasan bagi masyarakat, praktisi kesehatan, dan pemerintah untuk dapat mengambil langkah dan kebijakan yang tepat dalam menanggulangi dan mencegah meluasnya penyebaran penyakit TB di wilayah Bogor. Berdasarkan hal tersebut sebagai salah satu bidang ilmu, matematika turut memberikan peranan penting dalam mencegah meluasnya penyebaran penyakit menular termasuk penyakit TB yaitu melalui pemodelan.

## METODE

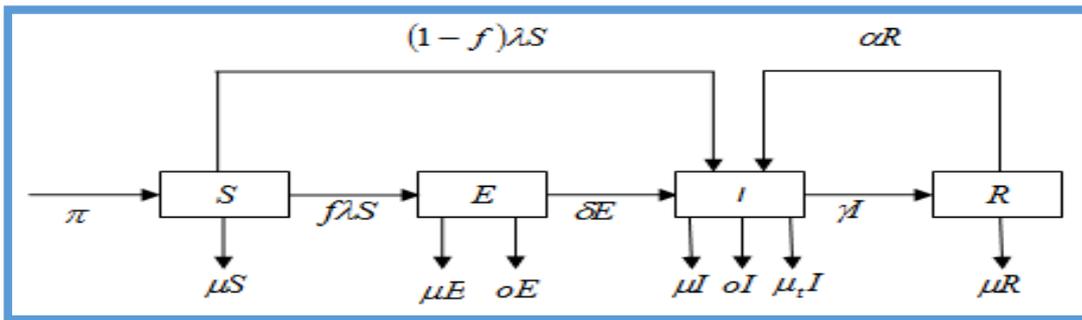
Metode yang digunakan antara lain mengembangkan model SEIR yaitu diawali dengan membangun kompartemen model tuberkulosis dengan kombinasi obat herbal pada penderita tuberkulosis laten, tuberkulosis aktif dan yang terjangkit kembali penyakit tuberkulosis, menentukan asumsi dasar model tuberkulosis dengan kombinasi obat herbal pada penderita tuberkulosis laten, aktif dan yang terjangkit kembali penyakit tuberkulosis, membangun model tuberkulosis dengan kombinasi obat herbal pada populasi tuberkulosis laten, aktif dan terjangkit kembali tuberkulosis berbentuk persamaan differensial, menentukan titik tetap, nilai eigen dan vektor eigen, matrix jacobian, bilangan reproduksi dasar untuk menentukan laju penyebaran penyakit tuberkulosis, menganalisis titik kestabilan titik tetap yang diperoleh, menguji kondisi *Routh-Hurwitz*. Selanjtnya dilakukan simulasi berbagai waktu penyebaran penyakit tuberkulosis dengan terlebih dahulu membuat program model penyakit TB dengan penambahan obat herbal menggunakan *software Mathematica 8.0*, sehingga diperoleh plot untuk prediksi penyebaran

penyakit tuberkulosis dengan kombinasi obat herbal pada penderita tuberkulosis laten, tuberkulosis aktif dan yang terjangkit kembali di wilayah Bogor pada masa yang akan datang.

## HASIL

### 1. Kompartemen Model

Pembentukan model untuk penyebaran penyakit TB dengan penambahan parameter obat herbal, populasi dibagi menjadi kelompok individu *susceptible* ( $S$ ), kelompok individu laten atau *exposed* ( $E$ ), kelompok individu *infected* ( $I$ ), kelompok individu *recovered* ( $R$ ). Adapun kompartemen model SEIR untuk penyebaran penyakit TB dengan penambahan parameter obat herbal dapat dilihat pada Gambar 1 berikut :



**Gambar 1. Kompartemen Model Penyebaran Penyakit TB**

Jika  $\beta$  adalah laju kontak individu *infected* untuk menularkan penyakit kepada individu *susceptible* dan  $I$  banyaknya kasus baru yaitu  $\beta SI$ , maka model tuberkulosis yang baru berbentuk model persamaan differensial sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \pi - \beta SI - \mu S \\ \frac{dE}{dt} &= f\beta SI - \mu E - \delta E - oE \\ \frac{dI}{dt} &= \delta E + (1-f)\beta SI + \alpha R - \gamma I - \mu I - \mu_i I - oI \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I - \alpha R - \mu R \\ N &= S + E + I + R \end{aligned} \quad (1)$$

Keterangan :

$\frac{dS}{dt}$  = Laju kelompok individu *susceptible*

$\frac{dE}{dt}$  = Laju kelompok individu *exposed*

$\frac{dI}{dt}$  = Laju kelompok individu *infected*

$\frac{dR}{dt}$  = Laju kelompok individu *recovered*

$N$  = Total populasi ,  $f$  = Peluang individu yang *susceptible* menjadi *exposed*

$\pi$  = Kelahiran ,  $\mu$  = Laju kematian alami,  $\mu_i$  = Laju kematian akibat penyakit TB

$\lambda$  = Laju kelompok individu *susceptible* yang terinfeksi

$\delta$  = Laju kelompok individu *exposed* yang masuk ke dalam kelompok individu *infected*

$\gamma$  = Laju kelompok individu *infected* yang masuk ke dalam kelompok individu *recovered*

$\alpha$  = Laju kelompok individu *recovered* yang masuk ke dalam kelompok individu *infected*

$o$  = Laju kelompok individu yang menggunakan obat herbal

## 2. Penentuan Titik Tetap Model

Titik tetap model diperoleh dengan cara diperoleh dengan menetapkan persamaan (1), menjadi konstan terhadap waktu  $\frac{dS}{dt} = 0, \frac{dE}{dt} = 0, \frac{dI}{dt} = 0, \text{ dan } \frac{dR}{dt} = 0$ , maka diperoleh titik tetap pertama yaitu  $T_1 = (S_0, E_0, I_0, R_0) = \left(\frac{\pi}{\mu}, 0, 0, 0\right)$ . Langkah selanjutnya menyelesaikan persamaan

untuk mencari titik tetap kedua dengan  $S \neq 0, E \neq 0, I \neq 0, \text{ dan } R \neq 0$ , diperoleh titik tetap kedua yaitu  $T_2 = (S^*, E^*, I^*, R^*)$

dengan :

$$S^* = \frac{(\mu + \delta + o)(\mu(\gamma + \mu + \mu_i + o) + \alpha(\mu + \mu_i + o))}{\beta(\alpha + \mu)(\mu + \delta + o - f\mu - fo)}$$

$$E^* = \frac{f\pi}{\mu + \delta + o} - \frac{f\mu(\mu(\gamma + \mu + \mu_i + o) + \alpha(\mu + \mu_i + o))}{\beta(\alpha + \mu)(\mu + \delta + o - f\mu - fo)}$$

$$I^* = \frac{\pi(\alpha + \mu)(\mu + \delta + o - f\mu - fo)}{(\mu + \delta + o)(\mu(\gamma + \mu + \mu_i + o) + \alpha(\mu + \mu_i + o))} - \frac{\mu}{\beta}$$

$$R^* = \frac{\gamma}{(\alpha + \mu)} \left( \frac{\pi(\alpha + \mu)(\mu + \delta + o - f\mu - fo)}{(\mu + \delta + o)(\mu(\gamma + \mu + \mu_i + o) + \alpha(\mu + \mu_i + o))} - \frac{\mu}{\beta} \right)$$

Titik tetap kedua dapat disederhanakan dengan memisalkan sebagai berikut :

$$V = \mu + \delta + o$$

$$W = \gamma + \mu + \mu_i + o$$

$$X = \mu + \mu_i + o$$

$$Y = \alpha + \mu$$

$$Z = f\mu + fo$$

maka titik tetap kedua menjadi :

$$T_2 = (S^*, E^*, I^*, R^*) = \left( \frac{V(\mu W + \alpha X)}{\beta Y(V - Z)}, \frac{f\pi}{V} - \frac{f\mu(\mu W + \alpha X)}{\beta Y(V - Z)}, \frac{\pi Y(V - Z)}{V(\mu W + \alpha X)} - \frac{\mu}{\beta}, \frac{\gamma\pi(V - Z)}{V(\mu W + \alpha X)} - \frac{\gamma\mu}{\beta Z} \right)$$

## 3. Penentuan Bilangan Reproduksi Dasar ( $\mathfrak{R}_0$ )

Bilangan reproduksi dasar dapat diperoleh sebagai berikut :

$$\mathfrak{R}_0 = \frac{S_0}{S^*} = \mathfrak{R}_0 = \frac{\beta\pi Y(V - Z)}{\mu V(\mu W + \alpha X)}$$

## 4. Analisis Kestabilan Titik Tetap Pertama

Analisis kestabilan titik tetap pertama dilakukan dengan langkah awal mensubstitusikan titik tetap pertama ke dalam matrik jacobian, sehingga diperoleh persamaan karakteristiknya sehingga diperoleh  $(-\mu - \lambda)(\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3) = 0$

dengan :

$$a_1 = W + V + Y - (1 - f) \frac{\beta\pi}{\mu}$$

$$a_2 = VY + VW + \alpha X + \mu W - \frac{\beta\pi}{\mu}(V - Z) - (1 - f)Y \frac{\beta\pi}{\mu}$$

$$a_3 = V(\alpha X + \mu W) - \frac{\beta\pi}{\mu}Y(V - Z)$$

### a. Analisis Kestabilan Di $\mathfrak{R}_0 < 1$

Berdasarkan kriteria *Routh-Hurwitz* diperoleh hasil bahwa  $T_1$  stabil di  $\mathfrak{R}_0 < 1$ , dengan  $\lambda_2$  dan  $\lambda_3$  akan bernilai negatif jika  $a_1 > 0$ ,  $a_3 > 0$  dan  $a_1 a_2 - a_3 > 0$ . Hal ini menunjukkan bahwa titik tetap pertama merupakan titik tetap bebas penyakit.

**b. Analisis Kestabilan Di  $\mathfrak{R}_0 > 1$**

Berdasarkan nilai  $a_1$ ,  $a_3$  dan  $a_1 a_2 - a_3$  di  $\mathfrak{R}_0 > 1$  maka diperoleh bahwa  $a_1 < 0$ ,  $a_3 < 0$  dan  $a_1 a_2 - a_3 < 0$ . Hal ini bertentangan dengan kriteria *Routh-Hurwitz* yang menyatakan bahwa  $\lambda_2$  dan  $\lambda_3$  akan bernilai negatif jika  $a_1 > 0$ ,  $a_3 > 0$  dan  $a_1 a_2 - a_3 > 0$ , sehingga titik tetap pertama tidak stabil di  $\mathfrak{R}_0 > 1$ .

**5. Analisis Kestabilan Titik Tetap Kedua**

Analisis kestabilan titik tetap pertama dilakukan dengan langkah awal mensubstitusikan titik tetap pertama ke dalam matrik jacobian, sehingga diperoleh persamaan karakteristiknya sehingga diperoleh  $(\lambda^4 + a_1 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_3 \lambda + a_4) = 0$  dengan :

$$\begin{aligned}
 a_1 &= W + V + Y - (1-f) \frac{\beta\pi}{\mu} \\
 a_2 &= VY + \frac{\beta\pi Y(V-Z)}{(\mu W + \alpha X)} + \frac{\beta\pi Y^2(V-Z)}{V(\mu W + \alpha X)} + \frac{\beta\pi WY(V-Z)}{V(\mu W + \alpha X)} - \mu W + \frac{\mu\gamma\alpha}{Y} + \frac{V\gamma\alpha}{Y} \\
 a_3 &= \frac{\beta\pi WY(V-Z)}{(\mu W + \alpha X)} + \frac{\beta\pi Y^2(V-Z)}{(\mu W + \alpha X)} + \beta\pi Y(V-Z) + \frac{\partial f \mu(\mu W + \alpha X)}{(V-Z)} - \mu(\mu W + \alpha X) \\
 &\quad - \frac{\mu V(\mu W + \alpha X)}{Y} \\
 a_4 &= \beta\pi Y(V-Z) - \mu V(\mu W + \alpha X)
 \end{aligned}$$

**a. Analisis Kestabilan Di  $\mathfrak{R}_0 < 1$**

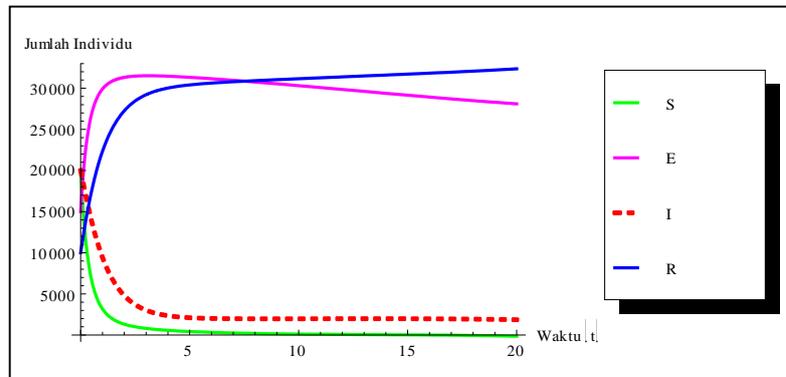
Berdasarkan nilai  $a_1$  yang telah diperoleh semua parameternya bernilai positif sehingga terbukti  $a_1 > 0$  sedangkan nilai  $a_3$  dan  $a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_3^2$  diperoleh bahwa  $a_3 < 0$  dan  $a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_3^2 > 0$ . Hal ini bertentangan dengan kriteria *Routh-Hurwitz* yang menyatakan bahwa  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  dan  $\lambda_4$  akan bernilai negatif jika  $a_1 > 0$ ,  $a_3 > 0$  dan  $a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_3^2 > 0$  sehingga titik tetap kedua tidak stabil di  $\mathfrak{R}_0 < 1$ .

**b. Analisis Kestabilan Di  $\mathfrak{R}_0 > 1$**

Berdasarkan kriteria *Routh-Hurwitz*,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  dan  $\lambda_4$  akan bernilai negatif jika  $a_1 > 0$ ,  $a_3 > 0$  dan  $a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_3^2 > 0$ . Nilai  $a_1$  yang telah diperoleh semua parameternya bernilai positif sehingga terbukti  $a_1 > 0$ , sedangkan nilai  $a_3$  dan  $a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_3^2$  diperoleh bahwa  $a_1 > 0$ ,  $a_3 > 0$  dan  $a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_3^2 > 0$  sehingga titik tetap kedua stabil di  $\mathfrak{R}_0 > 1$ . Hal ini menunjukkan bahwa titik tetap kedua merupakan titik tetap endemik penyakit.

## 6. Penyelesaian Numerik Model

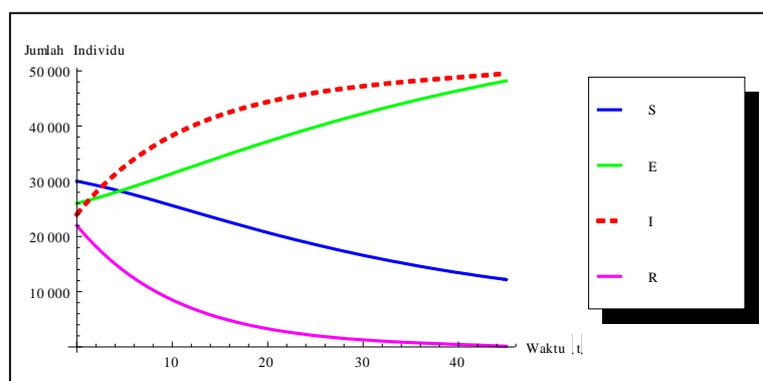
Berdasarkan data penderita TB di kondisi  $\mathcal{R}_0 < 1$ , parameter  $\sigma = 0.000346$   $\beta = 0.00013$ ,  $\gamma = 0.939$ ,  $\alpha = 0.0539$   $\mu_i = 0.00077$ ,  $f = 0.9$ .  $\mu = 0.002$   $\pi = 0.01$ , maka diperoleh dinamika penyebaran TB sebagai berikut :



**Gambar 2. Dinamika Laju Penyebaran Penyakit TB Pada Saat  $\mathcal{R}_0 < 1$**

Pada Gambar 2 laju penyebaran penyakit tuberkulosis untuk kelompok individu penderita tuberkulosis laten menurun pada tahun ke tujuh diikuti dengan meningkatnya kelompok individu sembuh, tetapi tidak dapat menurunkan kelompok individu terinfeksi tuberkulosis sampai dengan nol dikarenakan bakteri *Mycobacterium tuberculosis* bersifat dormant.

Pada dinamika pada saat  $\mathcal{R}_0 > 1$  jika diberikan laju individu yang menggunakan obat herbal  $\sigma = 0.00000035$ ,  $\beta = 0.0000007$ ,  $\delta = 0.0007$ ,  $\gamma = 0.000000005$   $\mu_i = 0.0000006$   $f = 0.9$ ,  $\alpha = 0.095$ ,  $\mu = 0.00008$ ,  $\pi = 187$ . maka diperoleh sebagai berikut :



**Gambar 3. Dinamika Penyebaran Penyakit TB Pada Saat  $\mathcal{R}_0 > 1$**

Pada Gambar 3 menunjukkan bahwa laju kelompok individu laten mengalami kenaikan di tahun ke lima diikuti dengan meningkatnya kelompok individu terinfeksi tuberkulosis, hal ini mengakibatkan kelompok individu sembuh mengalami penurunan sehingga jumlah kelompok individu sembuh tidak melebihi jumlah kelompok individu terinfeksi tuberkulosis yang berarti penyakit tuberkulosis menjadi endemik.

## SIMPULAN

Model matematika tuberkulosis laten dengan penambahan variabel obat herbal yang terbentuk mempunyai dua titik tetap dengan bilangan reproduksi dasar yaitu  $\mathfrak{R}_0 = \frac{\beta\pi(\alpha + \mu)(\mu + \delta + o - f\mu - fo)}{\mu(\mu + \delta + o)(\mu(\gamma + \mu + \mu_i + o) + \alpha(\mu + \mu_i + o))}$ . Adapun hasil analisis kestabilan titik tetap model pada kondisi  $\mathfrak{R}_0 < 1$  dan  $\mathfrak{R}_0 > 1$ , diperoleh bahwa titik tetap pertama yang merupakan titik tetap bebas penyakit dan titik tetap kedua merupakan titik tetap endemik penyakit tuberkulosis, sedangkan laju penyebaran penyakit tuberkulosis untuk kelompok individu penderita tuberkulosis laten menurun pada tahun ke tujuh diikuti dengan meningkatnya kelompok individu sembuh, tetapi tidak dapat menurunkan kelompok individu terinfeksi tuberkulosis sampai dengan nol dikarenakan bakteri *Mycobacterium tuberculosis* bersifat dormant.

## DAFTAR RUJUKAN

- Girsang, M., Sumantri, Yulianti, P., Norendah dan Gendrowahyuno. (2002). Quality Control Pemeriksaan Tuberkulosis di Puskesmas Rujukan Mikroskopis (PRM), Pusat Penelitian dan Pengembangan Pemberantasan Penyakit, Depkes RI. Jakarta. *Cermin Dunia Kedokteran* 137.
- Kasprowicz, VO., Churchyard, G., Lawn SD., Squire, B., Lalvani, A. (2011). Diagnosing Latent Tuberculosis in High Risk Individual. *The journal of Infectious Diseases*, vol. 24, no. 4. doi: 10.1093/infdis/jir449.
- Komariah, dkk. (2013). Pola Komunikasi dalam Pelayanan dan Pemberian Informasi Mengenai Penyakit TBC pada Puskesmas di Kabupaten Bogor. *Jurnal Kajian Komunikasi*, vol.1, no.2, 173-185.
- Rohaeti, E., Wardatun, S., Andriyati, A. (2015). The effect of combining herbal and synthetic medicines on stability analysis of tuberkulosis spreading disease model (Case study : Tuberkulosis in Bogor Region, West Java, Indonesia). *Far East Journal of Mathematical Sciences*. vol.98, no. 6, 769-775. [http://dx.doi.org/10.17654/FJMSNov2015\\_769\\_775](http://dx.doi.org/10.17654/FJMSNov2015_769_775).
- Romending, I. (2016). 'Hebat' TB Indonesia Peringkat Kedua di Dunia. <http://wartakesehatan.com/60191/hebat-tb-indonesia-peringkat-ke-2-di-dunia> [diakses tanggal 28 maret 2016].
- Sulistia , GG. (1995). *Farmakologi dan Terapi*, ed.4. Bagian Farmakologi. Jakarta. FK-UI

