

## **Analisis Kesulitan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Berpikir Kritis Matematis Ditinjau dari *Self-Renewal Capacity*-nya**

**Andri Suryana<sup>1\*)</sup> & Nurhayati<sup>2</sup>**  
<sup>1,2</sup>Universitas Indraprasta PGRI

### **INFO ARTICLES**

#### **Key Words:**

*Mathematical Critical Thinking skill, Self-Renewal Capacity, Guided Discovery Learning based on APOS, Direct Learning, Basic Calculus*



This article is licensed under a Creative Commons Attribution-Share Alike 4.0 International License.

**Abstract:** *The research aim was to analyze the difficulties of students who have obtained Guided Discovery Learning based on APOS and Direct Learning in Basic Calculus course in solving Mathematical Critical Thinking questions based on students' self-renewal capacity. This research is a qualitative research. The subjects were students of Biology Education Program who took Basic Calculus courses at a private university in East Jakarta. This research used purposive sampling and various instruments. They were documents (results of scale of students' self-renewal capacity and test of students' mathematical critical thinking skills), observation sheets, interview guidelines, and researchers. Data of this research were collected by triangulation techniques. The results research were students still experiencing difficulties based on the level of self-renewal capacity in solving Mathematical Critical Thinking questions on both learning (Guided Discovery Learning based on APOS and Direct Learning). However, students who have obtained Guided Discovery Learning based on APOS have lower difficulties than students who have obtained Direct Learning. The most difficulty experienced by students in both learning (Guided Discovery Learning based on APOS and Direct Learning) are in 2 indicators of Mathematical Critical Thinking skills, namely: 'identify assumptions' and 'solve mathematical problems with reasons'.*

**Abstrak:** Tujuan penelitian ini adalah untuk menganalisis kesulitan mahasiswa yang telah memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis APOS dan *Direct Learning* pada Mata Kuliah Kalkulus Dasar dalam menyelesaikan soal berpikir kritis matematis ditinjau dari *Self-Renewal Capacity*-nya. Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif. Adapun subjek dalam penelitian ini adalah mahasiswa Program Studi Pendidikan Biologi yang mengambil Mata Kuliah Kalkulus Dasar di salah satu PTS di Jakarta Timur. Teknik sampling yang digunakan berupa *purposive sampling* sedangkan instrumen yang digunakan adalah dokumen (hasil skala/angket *Self-Renewal Capacity* mahasiswa dan tes kemampuan berpikir kritis matematis mahasiswa), lembar observasi, pedoman wawancara, dan peneliti. Data penelitian ini dikumpulkan dengan teknik triangulasi. Adapun hasil dari penelitian ini adalah mahasiswa masih mengalami kesulitan berdasarkan level *Self-Renewal Capacity* dalam menyelesaikan soal berpikir kritis matematis pada kedua pembelajaran (*Guided Discovery Learning* berbasis APOS dan *Direct Learning*). Namun, mahasiswa yang telah memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis APOS mengalami kesulitan yang lebih rendah daripada mahasiswa yang telah memperoleh *Direct Learning*. Adapun kesulitan paling banyak yang dialami mahasiswa pada kedua pembelajaran (*Guided Discovery Learning* berbasis APOS dan *Direct Learning*) terletak pada indikator 'mengidentifikasi asumsi' dan 'menyelesaikan masalah matematika disertai alasan'.

**Correspondence Address:** Jln. Raya Tengah No 80, RT.6/RW. 1, Kec. Pasar Rebo, Jakarta Timur 13760, Indonesia; e-mail: [andrisuryana21@gmail.com](mailto:andrisuryana21@gmail.com)

**How to Cite (APA 6<sup>th</sup> Style):** Suryana, A., & Nurhayati. (2020). Analisis Kesulitan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Berpikir Kritis Matematis Ditinjau dari *Self-Renewal Capacity*-nya. *Prosiding Seminar Nasional dan Diskusi Panel Nasional Pendidikan Matematika Universitas Indraprasta PGRI*, Jakarta, 105-116.

**Copyright:** Suryana, A., & Nurhayati. (2020)

## PENDAHULUAN

Kalkulus dasar merupakan salah satu mata kuliah di program studi Pendidikan Biologi yang memiliki karakteristik: (1) materi bersifat abstrak, (2) membutuhkan kemampuan dan disposisi matematis, serta (3) memerlukan pemahaman secara analitik dan geometrik (Suryana dan Ningsih, 2018). Kalkulus dasar adalah cabang ilmu matematika yang mempelajari sistem bilangan, fungsi dan model, limit dan kontinuitas, diferensial, aplikasi diferensial, serta pengantar diferensial parsial (Suryana, 2009). Berdasar pada karakteristik tersebut, terlihat bahwa untuk mempelajari mata kuliah Kalkulus dasar diperlukan beragam kemampuan matematis, salah satunya adalah kemampuan berpikir kritis matematis.

Kemampuan berpikir kritis matematis merupakan kemampuan matematis yang dapat membantu mahasiswa dalam memeriksa kebenaran argumen, pernyataan, dan proses solusi; menyusun pertanyaan disertai alasan; mengidentifikasi data relevan dan tidak relevan suatu masalah matematika; mengidentifikasi asumsi; serta menyelesaikan masalah matematika disertai alasan (Sumarmo, 2013). Namun, berbagai studi menunjukkan bahwa kemampuan berpikir kritis matematis mahasiswa masih tergolong rendah (Widiantari, dkk., 2016 dan Shara, dkk., 2019). Akibatnya, mereka mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal berpikir kritis matematis karena mereka terbiasa diajar menggunakan pembelajaran konvensional. Pembelajaran tersebut ternyata belum dapat mengembangkan beragam kemampuan matematis mahasiswa secara optimal (Nindiasari, dkk., 2014).

Untuk mengembangkan kemampuan berpikir kritis matematis mahasiswa pada mata kuliah Kalkulus Dasar, dosen diharapkan dapat memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk aktif dalam pembelajaran dan dapat mengkonstruksi sendiri konsep yang dipelajari. Oleh karena itu, dibutuhkan pembelajaran inovatif yang berlandaskan konstruktivisme. Hal ini sesuai dengan pendapat Suryana (2016) bahwa pembelajaran inovatif yang berlandaskan konstruktivisme dapat mempengaruhi kemampuan matematis mahasiswa. Salah satu pembelajaran inovatif yang diduga dapat mengembangkan kemampuan berpikir kritis matematis adalah *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS*.

*Guided Discovery Learning* merupakan pembelajaran yang memberikan kesempatan pada mahasiswa untuk melakukan upaya coba-coba, penyelidikan, dan menarik kesimpulan dalam rangka menemukan pengetahuan baru. Pembelajaran ini memberikan peluang kepada dosen untuk melakukan bimbingan dan arahan dalam rangka memberikan bantuan agar mahasiswa dapat mengoptimalkan gagasan, konsep, dan strategi untuk menemukan pengetahuan yang baru (Isnarto, et al., 2014). *Guided Discovery Learning* merupakan modifikasi dari *Discovery Learning*. Bimbingan (*guide*) yang diberikan oleh dosen bertujuan untuk memberikan bantuan kepada mahasiswa dalam rangka mengarahkan upaya mahasiswa menuju penemuan pengetahuan baru. Hal ini ditujukan untuk menghindari kebuntuan langkah apabila pembelajaran yang digunakan adalah murni penemuan (*discovery*) (Isnarto, et al., 2014).

Untuk mengoptimalkan gagasan dan strategi mahasiswa dalam menemukan pengetahuan baru, dosen memberikan lembar kerja sebagai bentuk dari '*guide*' agar proses penemuan menjadi terarah. Lembar kerja yang digunakan berbasis *APOS*. *APOS* merupakan suatu teori konstruktivisme tentang bagaimana mahasiswa mengkonstruksi konsep melalui 4 hal, yaitu Aksi (*Actions*), Proses (*Processes*), Objek (*Objects*), dan Skema (*Schema*) (Herlina, 2015). Dalam mengimplementasikan ke-4 hal tersebut, maka dapat dilakukan melalui siklus *ACE*, yaitu aktivitas (*Activities*), diskusi kelas (*Class discussion*), dan latihan soal (*Exercises*) (Suryadi, 2012). Siklus tersebut mengacu pada prinsip-prinsip *discovery*.

Selain pembelajaran, aspek afektif ternyata dapat mempengaruhi kemampuan berpikir kritis matematis mahasiswa. Mereka dituntut untuk melakukan perbaikan terhadap kinerjanya dalam belajar. Mereka harus mencoba menggali dan mengembangkan kapasitas dalam memperbaharui dirinya sendiri atau *Self-Renewal Capacity*. Suryana (2016) mengemukakan bahwa *Self-Renewal*

*Capacity* merupakan kapasitas seseorang dalam menyempurnakan/memperbaiki kinerjanya dalam belajar melalui eksploitasi, eksplorasi, absorpsi, integrasi, dan *leadership*. Adapun kegunaan *Self-Renewal* adalah untuk meningkatkan potensi diri dalam belajar.

Ketika dalam diri mahasiswa telah terbentuk *Self-Renewal Capacity* yang tinggi, mahasiswa akan selalu memanfaatkan informasi dan potensi yang ada dalam diri untuk tujuan belajar, memiliki rasa ingin tahu yang tinggi terhadap sesuatu yang relatif baru, mampu beradaptasi dan bersosialisasi dengan keadaan lingkungan yang baru, serta memiliki *leadership* yang tinggi. Sebaliknya, mahasiswa yang memiliki *Self-Renewal Capacity* rendah akan pasrah dalam menghadapi kesulitan dalam belajar, malas mempelajari sesuatu yang baru, individualis, serta memiliki *leadership* yang rendah (Suryana, 2016).

Untuk dapat mengetahui lebih jauh terkait implementasi *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* dalam mengatasi kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal berpikir kritis matematis pada Mata kuliah Kalkulus Dasar ditinjau dari *Self-Renewal Capacity*-nya, maka dilakukan suatu penelitian dengan judul "Analisis Kesulitan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Berpikir Kritis Matematis Ditinjau dari *Self-Renewal Capacity*-nya". Bentuk kebaruan dari penelitian ini adalah analisis terkait kesulitan mahasiswa yang diteliti berdasarkan level *Self-Renewal Capacity* dan indikator kemampuan berpikir kritis matematis sebagai akibat dari implementasi *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* dan *Direct Learning* pada Mata kuliah Kalkulus Dasar. Adapun indikator kemampuan berpikir kritis matematis yang digunakan dalam penelitian ini menggunakan teori dari Sumarmo (2013), yaitu: (1) memeriksa kebenaran argumen, pernyataan, dan proses solusi; (2) menyusun pertanyaan disertai alasan; (3) mengidentifikasi data relevan dan tidak relevan suatu masalah matematika; (4) mengidentifikasi asumsi; serta (5) menyelesaikan masalah matematika disertai alasan.

Berdasar pada uraian di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah 'Bagaimanakah kesulitan yang dialami mahasiswa, baik yang telah memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* maupun *Direct Learning*, dalam menyelesaikan soal berpikir kritis matematis pada Mata Kuliah Kalkulus Dasar berdasarkan level *Self-Renewal Capacity* dan indikator kemampuan berpikir kritis matematis?'. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk menganalisis kesulitan mahasiswa yang telah memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* dan *Direct Learning* dalam menyelesaikan soal berpikir kritis matematis pada Mata Kuliah Kalkulus Dasar berdasarkan level *Self-Renewal Capacity* dan indikator kemampuan berpikir kritis matematis. Penelitian ini diharapkan dapat menjadi suatu referensi serta wacana bagi para praktisi pendidikan matematika dalam upaya mengatasi kesulitan mahasiswa dalam mempelajari Mata Kuliah Kalkulus Dasar, terutama yang berkaitan dengan soal berpikir kritis matematis.

## METODE

Penelitian ini dilaksanakan di salah satu PTS di Jakarta Timur. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode kualitatif. Adapun subjek dalam penelitian ini adalah mahasiswa Program Studi Pendidikan Biologi yang mengambil Mata Kuliah Kalkulus Dasar tahun akademik 2019/2020 sebanyak 54 mahasiswa yang berasal dari 2 kelas paralel, yaitu 1 kelas memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* yang berjumlah 26 mahasiswa dan 1 kelas lainnya memperoleh *Direct Learning* yang berjumlah 28 mahasiswa. Untuk teknik samplingnya, peneliti menggunakan *purposive sampling* dan sumber datanya berasal dari mahasiswa sebagai subjek penelitian. Penelitian ini menggunakan beragam instrumen, yaitu dokumen (hasil skala/angket *Self-renewal capacity* mahasiswa dan tes kemampuan berpikir kritis matematis mahasiswa), lembar observasi, pedoman wawancara, dan peneliti. Skala/angket *Self-Renewal Capacity* (SRC) dan tes Kemampuan Berpikir Kritis Matematis (KBKM) yang digunakan dalam penelitian ini sudah divalidasi sehingga siap untuk digunakan dalam penelitian.

Adapun metode pengumpulan data yang digunakan adalah metode triangulasi, sedangkan teknik analisis datanya menggunakan Model Miled dan Huberman. Aktivitas analisis data dalam

model tersebut meliputi reduksi data, display data, dan kesimpulan/verifikasi (Sugiyono, 2011). Untuk uji keabsahan datanya, peneliti menggunakan uji kredibilitas (melalui triangulasi), uji transferabilitas, uji depenabilitas, serta uji konfirmabilitas. Untuk teknik pengelompokan SRC mahasiswa, peneliti menggunakan aturan Noer (Suryana, 2016) yang dimodifikasi. Adapun aturannya dapat dilihat pada Tabel 1.

**Tabel 1. Kriteria Pengelompokan SRC Mahasiswa**

Skor SRC ( $X$ )	Kategori
$X \geq 70\%$	SRC Tinggi
$60\% \leq X < 70\%$	SRC Sedang
$X < 60\%$	SRC Rendah

## HASIL

### Data Self-Renewal Capacity (SRC)

Data SRC dianalisis sebelum penelitian yang bertujuan untuk mengelompokkan SRC mahasiswa ke dalam 3 level, yaitu tinggi, sedang, dan rendah. Adapun hasilnya disajikan pada tabel berikut ini.

**Tabel 2. Statistik Deskriptif Data SRC**

No.	Kelompok Pembelajaran	$n$	$\bar{x}$	$s$
1	<i>Guided Discovery Learning</i> berbasis APOS (GDLbA)	26	114,81	8,63
2	<i>Direct Learning</i> (DL)	28	114,64	8,72
<b>Total</b>		<b>54</b>		

Berdasar pada Tabel 2, terlihat bahwa rerata dan simpangan baku dari skor SRC pada kedua kelompok pembelajaran relatif sama. Selanjutnya, mahasiswa dikelompokkan berdasarkan skor SRC ke dalam 3 level, yaitu tinggi, sedang dan rendah. Adapun teknik pengelompokannya menggunakan aturan Noer (Suryana, 2016) yang dimodifikasi. Berikut ini diberikan hasil pengelompokan SRC mahasiswa pada masing-masing kelompok pembelajaran.

**Tabel 3. Sebaran Subjek Penelitian**

Level SRC	Kelompok Pembelajaran		Total
	GDLbA	DL	
Tinggi	7	8	15
Sedang	13	13	26
Rendah	6	7	13
<b>Total</b>	<b>26</b>	<b>28</b>	<b>54</b>

### Data Kemampuan Berpikir Kritis Matematis (KBKM)

Data KBKM yang dianalisis berasal dari data postes. Hal ini dilakukan untuk mengetahui pencapaian kemampuan berpikir kritis matematis mahasiswa yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis APOS (GDLbA) dan *Direct Learning* (DL). Adapun datanya diberikan pada tabel berikut ini.

**Tabel 4. Data Pencapaian KBKM**

Indikator KBKM	SRC	Stat.	Postes	
			GDLbA	DL
Memeriksa kebenaran argumen, pernyataan, dan proses solusi (Skor Ideal = 10)	Tinggi	$\bar{x}$	8,43	8,00
		%	(84,29%)	(80,00%)
	Sedang	$\bar{x}$	7,23	7,00
		%	(72,31%)	(70,00%)
	Rendah	$\bar{x}$	6,83	6,71
		%	(68,33%)	(67,14%)

Menyusun pertanyaan disertai alasan (Skor Ideal = 10)	Total	$\bar{x}$	7,46	7,21
		%	(74,62%)	(72,14%)
	Tinggi	$\bar{x}$	7,86	7,50
		%	(78,57%)	(75,00%)
	Sedang	$\bar{x}$	6,77	6,62
	%	(67,69%)	(66,15%)	
	Rendah	$\bar{x}$	6,50	6,43
		%	(65,00%)	(64,29%)
	Total	$\bar{x}$	7,00	6,82
		%	(70,00%)	(68,21%)
Mengidentifikasi data relevan dan tidak relevan suatu masalah matematika (Skor Ideal = 10)	Tinggi	$\bar{x}$	8,71	8,25
		%	(87,14%)	(82,50%)
	Sedang	$\bar{x}$	7,69	7,15
		%	(76,92%)	(71,54%)
	Rendah	$\bar{x}$	7,33	6,86
	%	(73,33%)	(68,57%)	
	Total	$\bar{x}$	7,88	7,39
		%	(78,85%)	(73,93%)
Mengidentifikasi asumsi (Skor Ideal = 10)	Tinggi	$\bar{x}$	6,43	6,13
		%	(64,29%)	(61,25%)
	Sedang	$\bar{x}$	6,15	6,00
		%	(61,54%)	(60,00%)
	Rendah	$\bar{x}$	5,67	5,57
	%	(56,67%)	(55,71%)	
	Total	$\bar{x}$	6,12	5,93
		%	(61,15%)	(59,29%)
Menyelesaikan masalah matematika disertai alasan (Skor Ideal = 10)	Tinggi	$\bar{x}$	6,57	6,38
		%	(65,71%)	(63,75%)
	Sedang	$\bar{x}$	5,92	5,85
		%	(59,23%)	(58,46%)
	Rendah	$\bar{x}$	5,83	5,57
	%	(58,33%)	(55,71%)	
	Total	$\bar{x}$	6,08	5,93
		%	(60,77%)	(59,29%)

Berdasar pada Tabel 4, diperoleh temuan bahwa untuk semua indikator KBKM, rerata pencapaian mahasiswa berdasarkan level SRC yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* lebih tinggi daripada mahasiswa yang memperoleh *Direct Learning*. Selain itu, diperoleh temuan juga bahwa berdasarkan level SRC, pencapaian KBKM mahasiswa yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* maupun *Direct Learning* pada indikator ‘mengidentifikasi asumsi’ dan ‘menyelesaikan masalah matematika disertai alasan’ ternyata lebih rendah daripada indikator ‘memeriksa kebenaran argumen, pernyataan, dan proses solusi’, ‘menyusun pertanyaan disertai alasan’, serta ‘mengidentifikasi data relevan dan tidak relevan suatu masalah matematika’.

## PEMBAHASAN

Dalam menyelesaikan soal berpikir kritis matematis pada Mata kuliah Kalkulus Dasar, diperoleh temuan bahwa secara umum mahasiswa masih mengalami kesulitan, baik yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* maupun *Direct Learning*, meskipun kesulitan yang dialami mahasiswa pada *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* lebih rendah daripada mahasiswa yang memperoleh *Direct Learning*. Untuk mengetahui lebih dalam terkait temuan tersebut, berikut ini diuraikan kesulitan-kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal kemampuan berpikir kritis matematis pada Mata kuliah Kalkulus Dasar berdasar pada level SRC dan indikator KBKM secara triangulasi.

### Indikator ‘Memeriksa kebenaran argumen, pernyataan, dan proses solusi’ pada KBKM

Untuk indikator ‘memeriksa kebenaran argumen, pernyataan, dan proses solusi’ pada KBKM, rerata pencapaian mahasiswa berdasarkan level SRC yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* ternyata lebih tinggi daripada mahasiswa yang memperoleh *Direct Learning*. Hal ini dapat dilihat pada Tabel 4. Dengan kata lain, mahasiswa yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* berdasarkan level SRC pada indikator ‘memeriksa kebenaran argumen, pernyataan, dan proses solusi’, mengalami kesulitan yang lebih rendah dalam menyelesaikan soal KBKM daripada mahasiswa yang memperoleh *Direct Learning*. Untuk memperkuat hasil analisis deskriptif tersebut, maka analisis dilanjutkan pada analisis dokumen (jawaban tes KBKM mahasiswa berdasar pada level SRC), hasil observasi, dan wawancara (triangulasi). Adapun soal KBKM yang mengungkap indikator ‘memeriksa kebenaran argumen, pernyataan, dan proses solusi’ pada Mata kuliah Kalkulus Dasar adalah sebagai berikut:

*Periksalah kebenaran dari proses penyelesaian dari soal di bawah ini kemudian perbaikilah jika terdapat kesalahan agar diperoleh proses penyelesaian yang benar!*

**Soal:**

*Carilah himpunan penyelesaian ( $H_p$ ) dari pertidaksamaan berikut ini!*

$$\sqrt{x^2 - 6x + 8} < \sqrt{x + 2}$$

**Penyelesaian:**

$$\sqrt{x^2 - 6x + 8} < \sqrt{x + 2}$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2 - 6x + 8}\right)^2 < \left(\sqrt{x + 2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 < x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 - x - 2 < 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 7x + 6 < 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x - 6) < 0$$

$$x = 1 \vee x = 6$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \text{-----} \circ \text{-----} \circ \text{-----} \\ \quad \quad 1 \quad \quad 6 \end{array}$$

$$\text{Himpunan penyelesaian } (H_p) = \{x \mid 1 < x < 6\} = (1, 6).$$

Soal di atas bertujuan untuk mengungkap kemampuan mahasiswa dalam memeriksa kebenaran argumen, pernyataan, dan proses solusi terkait konsep pertidaksamaan. Berikut ini adalah hasil analisis dokumen (jawaban tes KBKM mahasiswa berdasarkan level SRC), observasi, dan wawancara terkait indikator ‘memeriksa kebenaran argumen, pernyataan, dan proses solusi’.

1. Untuk mahasiswa dengan SRC tinggi, baik yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* maupun *Direct Learning*, umumnya mereka tidak mengalami kesulitan yang berarti dalam memeriksa kebenaran dari proses penyelesaian beserta perbaikannya. Namun, ada beberapa mahasiswa dari kelompok pembelajaran ‘*Direct Learning*’ ternyata kurang rinci dalam menguraikan ‘syarat fungsi akar’.
2. Untuk mahasiswa dengan SRC sedang dan rendah, baik yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* maupun *Direct Learning*, mereka sebenarnya tidak mengalami kesulitan dalam memeriksa kebenaran dari proses penyelesaian beserta perbaikannya. Namun, faktor ketidaktelitianlah yang membuat perbaikannya masih keliru terkait ‘syarat fungsi akar’. Selain itu, ada beberapa mahasiswa dari kelompok pembelajaran ‘*Direct Learning*’ yang lupa memperbaiki kesalahan dari proses penyelesaian soal tersebut meskipun mereka menjawab bahwa ‘ada kesalahan dalam proses penyelesaiannya’.

### Indikator ‘Menyusun pertanyaan disertai alasan’ pada KBKM

Berdasar pada Tabel 4, diperoleh temuan bahwa rerata pencapaian mahasiswa berdasarkan level SRC yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* untuk indikator ‘menyusun pertanyaan disertai alasan’ pada KBKM ternyata lebih tinggi daripada mahasiswa yang memperoleh *Direct Learning*. Hal ini berarti, mahasiswa yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* berdasarkan level SRC pada indikator ‘menyusun pertanyaan disertai alasan’ mengalami kesulitan yang lebih rendah dalam menyelesaikan soal KBKM daripada mahasiswa yang memperoleh *Direct Learning*. Untuk memperdalam hasil analisis deskriptif tersebut, maka analisis dilanjutkan pada analisis dokumen (jawaban tes KBKM mahasiswa berdasarkan level SRC), hasil observasi, dan wawancara (triangulasi). Adapun soal KBKM yang mengungkap indikator ‘menyusun pertanyaan disertai alasan’ pada Mata kuliah Kalkulus Dasar adalah sebagai berikut:

*Diketahui:*

$$f(x) = 4x^6 + 2x^4 + x^2 \text{ dan } g(x) = 2 \cos(x^2 + 1)$$

*Susunlah 2 pertanyaan berdasarkan informasi di atas disertai alasan!*

Soal di atas bertujuan untuk mengungkap kemampuan mahasiswa dalam menyusun pertanyaan disertai alasan terkait fungsi yang diberikan. Berikut ini adalah hasil analisis dokumen (jawaban tes KBKM mahasiswa berdasarkan level SRC), observasi, dan wawancara terkait indikator ‘menyusun pertanyaan disertai alasan’.

1. Untuk mahasiswa dengan SRC tinggi dan sedang, baik yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* maupun *Direct Learning*, umumnya mereka tidak mengalami kesulitan yang berarti dalam menyusun 2 pertanyaan berdasarkan informasi yang diberikan disertai alasan. Namun, ada beberapa mahasiswa dari kelompok pembelajaran ‘*Direct Learning*’ ternyata kurang jelas dalam memberikan alasan terkait pertanyaan yang disusunnya.
2. Untuk mahasiswa dengan SRC rendah, baik yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* maupun *Direct Learning*, ternyata mereka sedikit mengalami kendala dalam memberikan alasan terkait pertanyaan yang disusunnya. Bahkan, ada beberapa mahasiswa dari kelompok pembelajaran ‘*Direct Learning*’ yang tidak disertai alasan terkait pertanyaan yang disusunnya.

### Indikator ‘Mengidentifikasi data relevan dan tidak relevan suatu masalah matematika’ pada KBKM

Tabel 4 menunjukkan bahwa rerata pencapaian mahasiswa berdasarkan level SRC yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* untuk indikator ‘mengidentifikasi data relevan dan tidak relevan suatu masalah matematika’ pada KBKM ternyata lebih tinggi daripada mahasiswa yang memperoleh *Direct Learning*. Artinya, mahasiswa yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* berdasarkan level SRC pada indikator ‘mengidentifikasi data relevan dan tidak relevan suatu masalah matematika’ mengalami kesulitan yang lebih rendah dalam menyelesaikan soal KBKM daripada mahasiswa yang memperoleh *Direct Learning*. Untuk mempertegas hasil analisis deskriptif tersebut, maka analisis dilanjutkan pada analisis dokumen (jawaban tes KBKM mahasiswa berdasarkan level SRC), hasil observasi, dan wawancara (triangulasi). Adapun soal KBKM yang mengungkap indikator ‘mengidentifikasi data relevan dan tidak relevan suatu masalah matematika’ pada Mata kuliah Kalkulus Dasar adalah sebagai berikut:

*Diketahui:*

$$f(x) = \frac{100 - 100\cos^2(x)}{\cos(2x) - 1}$$

Berikut ini diberikan beberapa sifat dari fungsi trigonometri:

- $\cos(2x) = 1 - 2\sin^2(x)$
- $\cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1$
- $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$
- $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$

Berdasarkan beberapa sifat trigonometri di atas, sifat mana yang akan digunakan dan sifat mana pula yang tidak digunakan untuk mencari  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ . Uraikanlah jawaban

Anda!

Soal di atas bertujuan untuk mengungkap kemampuan mahasiswa dalam mengidentifikasi data relevan dan tidak relevan suatu masalah matematika terkait konsep limit fungsi trigonometri. Berikut ini adalah hasil analisis dokumen (jawaban tes KBKM mahasiswa berdasarkan level SRC), observasi, dan wawancara terkait indikator ‘mengidentifikasi data relevan dan tidak relevan suatu masalah matematika’.

1. Untuk mahasiswa dengan SRC tinggi dan sedang, baik yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* maupun *Direct Learning*, umumnya mereka tidak mengalami kesulitan yang berarti dalam memilah sifat terkait sifat trigonometri mana yang akan digunakan dan sifat trigonometri mana yang tidak digunakan dalam mencari  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

Namun, ada beberapa mahasiswa dari kelompok pembelajaran ‘*Direct Learning*’ yang terkecoh dengan salah satu sifat trigonometri sehingga jawabannya menjadi keliru.

2. Untuk mahasiswa dengan SRC rendah, baik yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* maupun *Direct Learning*, mereka sebenarnya dapat memilah sifat terkait sifat trigonometri mana yang akan digunakan dan sifat trigonometri mana yang tidak digunakan dalam mencari  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  dengan baik. Namun, faktor ketidaktelitianlah yang membuat jawabannya menjadi keliru. Bahkan, mahasiswa dari kelompok pembelajaran ‘*Direct Learning*’ ternyata banyak yang terkecoh dengan salah satu sifat trigonometri yang seharusnya sifat tersebut tidak dapat digunakan dalam mencari  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  tetapi malah dianggap sebaliknya karena kurang teliti.

### Indikator ‘Mengidentifikasi Asumsi’ pada KBKM

Berdasar pada Tabel 4, diperoleh informasi bahwa rerata pencapaian mahasiswa berdasarkan level SRC yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* untuk indikator ‘mengidentifikasi asumsi’ pada KBKM ternyata lebih tinggi daripada mahasiswa yang memperoleh *Direct Learning*. Hal ini bermakna bahwa mahasiswa yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* berdasarkan level SRC pada indikator ‘mengidentifikasi asumsi’ mengalami kesulitan yang lebih rendah dalam menyelesaikan soal KBKM daripada mahasiswa yang memperoleh *Direct Learning*. Untuk memperkuat hasil analisis deskriptif tersebut, maka analisis dilanjutkan pada analisis dokumen (jawaban tes KBKM mahasiswa berdasarkan level SRC), hasil observasi, dan wawancara (triangulasi). Adapun soal KBKM yang mengungkap indikator ‘mengidentifikasi asumsi’ pada Mata kuliah Kalkulus Dasar adalah sebagai berikut:

*Diketahui:*

$$f(x) = \sin(x) \text{ dan } g(x) = 2x^2 + 4x + 5$$

*Diketahui juga bahwa ada fungsi  $h(x)$  yang didefinisikan sebagai 'fungsi  $f(x)$  berpangkatkan fungsi  $g(x)$ '. Jika Anda diminta untuk mencari turunan dari fungsi  $h(x)$ , maka konsep turunan apa yang digunakan serta carilah solusinya!*

Soal di atas bertujuan untuk mengungkap kemampuan mahasiswa dalam mengidentifikasi asumsi terkait konsep turunan. Berikut ini adalah hasil analisis dokumen (jawaban tes KBKM mahasiswa berdasarkan level SRC), observasi, dan wawancara terkait indikator 'mengidentifikasi asumsi'.

1. Untuk mahasiswa dengan SRC tinggi yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS*, umumnya mereka tidak mengalami kesulitan yang berarti dalam mengidentifikasi asumsi terkait soal yang diberikan beserta solusinya. Namun untuk mahasiswa yang memperoleh *Direct Learning*, mereka ternyata sedikit mengalami kesulitan dalam menyelesaikan solusi, terutama terkait konsep 'aturan rantai dalam turunan', meskipun mereka menjawab benar terkait 'konsep turunan apa yang digunakan'.
2. Untuk mahasiswa dengan SRC sedang, baik yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* maupun *Direct Learning*, mereka mengalami kesulitan dalam menyelesaikan solusi, khususnya terkait konsep 'aturan rantai dalam turunan', meskipun mereka menjawab benar terkait 'konsep turunan apa yang digunakan'. Selain itu, ada beberapa mahasiswa dari kelompok pembelajaran '*Direct Learning*' lupa mengembalikan variabel ' $y$ ' ke fungsi asal.
3. Untuk mahasiswa dengan SRC rendah yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS*, mereka mengalami kesulitan dalam menyelesaikan solusi terkait konsep 'aturan rantai dalam turunan' dan konsep 'turunan algoritmik', meskipun mereka menjawab benar terkait 'konsep turunan apa yang digunakan'. Lain halnya dengan mahasiswa yang memperoleh *Direct Learning*, mereka justru masih kesulitan dalam mengidentifikasi asumsi terkait 'konsep turunan apa yang digunakan' beserta solusinya.

### **Indikator 'Menyelesaikan masalah matematika disertai alasan' pada KBKM**

Untuk indikator 'menyelesaikan masalah matematika disertai alasan' pada KBKM, rerata pencapaian mahasiswa berdasarkan level SRC yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* menurut Tabel 4 ternyata lebih tinggi daripada mahasiswa yang memperoleh *Direct Learning*. Hal ini memberikan informasi bahwa mahasiswa yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* berdasarkan level SRC pada indikator 'menyelesaikan masalah matematika disertai alasan' mengalami kesulitan yang lebih rendah dalam menyelesaikan soal KBKM daripada mahasiswa yang memperoleh *Direct Learning*. Untuk memperdalam hasil analisis deskriptif tersebut, maka analisis dilanjutkan pada analisis dokumen (jawaban tes KBKM mahasiswa berdasarkan level SRC), hasil observasi, dan wawancara (triangulasi). Adapun soal KBKM yang mengungkap indikator 'menyelesaikan masalah matematika disertai alasan' pada Mata kuliah Kalkulus Dasar adalah sebagai berikut:

*Diketahui ada sebuah tangga dengan panjang 10 kaki bersandar pada dinding tegak dan alas tangga berjarak 6 kaki dari dinding. Jika alas tangga bergeser menjauhi dinding pada laju 1 kaki/detik, seberapa cepatkah puncak tangga bergeser ke bawah! Uraikanlah jawaban Anda disertai alasan!*

Soal di atas bertujuan untuk mengungkap kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan masalah matematika disertai alasan terkait konsep turunan. Berikut ini adalah hasil analisis dokumen (jawaban tes KBKM mahasiswa berdasarkan level SRC), observasi, dan wawancara terkait indikator 'menyelesaikan masalah matematika disertai alasan'.

1. Untuk mahasiswa dengan SRC tinggi, baik yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* maupun *Direct Learning*, mereka mengalami kesulitan dalam memberikan alasan terkait solusi yang diperolehnya dan beberapa di antaranya ternyata masih ditemukan jawaban yang kurang teliti meskipun model matematikanya bernilai benar.

2. Untuk mahasiswa dengan SRC sedang, baik yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* maupun *Direct Learning*, mereka kesulitan dalam menerapkan konsep turunan dalam menyelesaikan masalah matematika tersebut meskipun model matematikanya bernilai benar.
3. Untuk mahasiswa dengan SRC rendah, baik yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* maupun *Direct Learning*, mereka kesulitan dalam membuat model matematika berdasarkan informasi yang diberikan beserta solusinya.

Berdasar pada hasil analisis di atas secara triangulasi (dokumentasi, observasi, dan wawancara), diperoleh temuan bahwa mahasiswa masih mengalami kesulitan berdasarkan level SRC dalam menyelesaikan soal terkait KBKM pada kedua pembelajaran (*Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* dan *Direct Learning*). Namun, mahasiswa yang telah memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* mengalami kesulitan yang lebih rendah daripada mahasiswa yang telah memperoleh *Direct Learning* berdasarkan level SRC. Hal ini dikarenakan, *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* ternyata lebih memberikan kontribusi terhadap pencapaian kemampuan matematis mahasiswa daripada *Direct Learning* (Suryana dan Nurrahmah, 2020).

Pada dasarnya, kunci dari keberhasilan *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* yang dapat mengembangkan KBKM mahasiswa sehingga dapat mengatasi kesulitan dalam menyelesaikan soal berpikir kritis matematis terletak pada peran LKM. Penggunaan LKM yang berbasis *APOS* memiliki peran penting dalam mengembangkan KBKM. Hal ini diungkapkan oleh Isnarto, *et al.* (2014) bahwa penggunaan LKM dalam pembelajaran memiliki peran besar dalam memperkuat modal mahasiswa dalam mengembangkan kemampuan matematisnya. LKM yang didesain untuk mengembangkan KBKM dapat membantu mahasiswa dalam menguasai konsep Kalkulus dasar. Hal ini dikarenakan, isi LKM disusun secara berjenjang mulai dari kasus sederhana, pengkonstruksian definisi, penerapan konsep yang telah dikonstruksi dalam bentuk kasus yang lebih kompleks, serta pemberian latihan untuk memperkuat konsep (Suryana dan Nurrahmah, 2020). Hal inilah yang menjadi alasan mengapa mahasiswa Program studi Pendidikan Biologi yang notabene kemampuan dasar matematikanya tidak sekuat mahasiswa Program studi Pendidikan Matematika ternyata mampu mengatasi kesulitan dalam menyelesaikan soal berpikir kritis matematis setelah memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS*.

Mereka umumnya mengakui bahwa *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* mampu membawa dampak positif terutama bagi mahasiswa Program studi Pendidikan Biologi yang memiliki SRC rendah. Melalui pembelajaran tersebut, mahasiswa dituntut untuk memanfaatkan informasi dan potensi yang ada dalam dirinya dalam belajar, memiliki rasa ingin tahu yang tinggi terhadap materi kalkulus dasar yang relatif baru, mampu beradaptasi dan bersosialisasi dengan rekannya ketika diskusi, serta memiliki *leadership* yang tinggi. Alhasil, mereka ternyata mampu mengatasi kesulitan-kesulitan ketika berhadapan dengan soal yang membutuhkan kemampuan berpikir kritis matematis meskipun belum 100% berhasil. Temuan ini serupa dengan temuan Suryana dan Nurrahmah (2020) bahwa mahasiswa yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* dapat mengembangkan kemampuan matematisnya menjadi lebih baik.

Selain temuan di atas, diperoleh juga temuan lain yaitu kesulitan paling banyak yang dialami mahasiswa tiap level SRC pada kedua pembelajaran (*Guided Discovery Learning* berbasis *APOS* dan *Direct Learning*) dalam menyelesaikan soal berpikir kritis matematis pada Mata kuliah Kalkulus dasar terletak pada indikator ‘mengidentifikasi asumsi’ dan ‘menyelesaikan masalah matematika disertai alasan’. Temuan ini dapat dilihat dari hasil analisis deskriptif, baik berdasarkan Tabel 4 maupun hasil analisis per indikator KBKM tiap level SRC. Hal ini dikarenakan, kedua indikator tersebut merupakan indikator kemampuan berpikir kritis matematis dengan level tinggi.

Untuk indikator ‘mengidentifikasi asumsi’, mahasiswa dituntut untuk menganalisis lebih jauh terkait konsep matematika apa yang digunakan untuk menyelesaikan soal tersebut berdasarkan informasi yang diberikan. Sementara itu untuk indikator ‘menyelesaikan masalah matematika disertai alasan’, mahasiswa dituntut untuk mampu memodelkan dari ilustrasi yang diberikan serta mencari solusinya disertai alasan. Kedua indikator tersebut membutuhkan tingkat kognisi yang

tinggi yang didukung oleh aspek afektif yang tinggi pula. Dengan kata lain, untuk dapat menyelesaikan soal KBKM pada kedua indikator tersebut, ternyata dibutuhkan kemampuan dasar matematika yang kuat yang ditunjang oleh aspek afektif yang baik seperti rajin belajar, kerja keras, dan lain-lain. Hal inilah yang menjadi alasan mengapa implementasi *Guided Discovery Learning* berbasis APOS belum 100% dalam mengatasi kesulitan mahasiswa Program studi Pendidikan Biologi dalam menyelesaikan soal berpikir kritis matematis terutama untuk indikator ‘mengidentifikasi asumsi’ dan ‘menyelesaikan masalah matematika disertai alasan’. Temuan ini serupa dengan temuan Sumarmo (2013) bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam mengerjakan soal terkait mengidentifikasi asumsi dan menyelesaikan masalah matematika disertai alasan.

Berdasar pada penjelasan di atas, terlihat bahwa *Guided Discovery Learning* berbasis APOS sebagai salah satu alternatif pembelajaran inovatif ternyata mampu mengatasi kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal berpikir kritis matematis walaupun belum optimal. Meskipun demikian, pembelajaran tersebut mampu membantu mahasiswa, dalam hal ini mahasiswa Program studi Pendidikan Biologi dalam menguasai konsep Kalkulus Dasar.

## SIMPULAN

Mahasiswa masih mengalami kesulitan berdasarkan level *Self-Renewal Capacity* dalam menyelesaikan soal berpikir kritis matematis, baik yang memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis APOS maupun *Direct Learning*. Namun, mahasiswa yang telah memperoleh *Guided Discovery Learning* berbasis APOS mengalami kesulitan yang lebih rendah daripada mahasiswa yang telah memperoleh *Direct Learning*. Adapun kesulitan paling banyak yang dialami mahasiswa pada kedua pembelajaran (*Guided Discovery Learning* berbasis APOS dan *Direct Learning*) terletak pada indikator ‘mengidentifikasi asumsi’ dan ‘menyelesaikan masalah matematika disertai alasan’. Untuk mengatasi hal tersebut, dosen disarankan untuk mengimplementasikan *Guided Discovery Learning* berbasis APOS secara intensif agar dapat mengatasi kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal berpikir kritis matematis secara optimal dengan memerhatikan kemampuan dasar matematika yang dimilikinya serta aspek afektifnya.

## DAFTAR RUJUKAN

- Herlina, E. (2015). Advanced mathematical thinking and the way to enhance it. *Journal of Education and Practice*, 6 (5): 79-88.
- Isnarto, et al. (2014). Student’s proof ability: Exploratory studies of abstract algebra course. *International Journal of Education dan Research*, 2 (6): 215-228.
- Nindiasari, H., dkk. (2014). Pendekatan metakognitif untuk meningkatkan kemampuan berpikir reflektif matematis siswa SMA. *Edusentris*, 1 (1): 80-90.
- Shara, J., dkk. (2019). Analisis kemampuan berpikir kritis matematis siswa SMP pada materi fungsi kuadrat. *Journal on Education*, 1 (2): 450-456.
- Sumarmo, U. (2013). Pembelajaran matematika. In Suryadi, D., Turmudi, and Nurlaelah, E. (Editor). *Kumpulan makalah: Berpikir dan disposisi matematik serta pembelajarannya*, Vol 1, 122-146. Bandung: FPMIPA-UPI Press.
- Suryadi, D. (2012). *Membangun budaya baru dalam berpikir matematika*. Bandung: Rizqi Press.
- Suryana, A. (2009). *Pengaruh bentuk umpan balik dan gaya kognitif terhadap minat pada mata kuliah kalkulus III*. Unpublished Thesis. Jakarta: UNINDRA.

- ..... (2016). *Meningkatkan advanced mathematical thinking dan self-renewal capacity mahasiswa melalui pembelajaran model PACE*. Published Dissertation. Bandung: UPI.
- Suryana, A. & A. Nurrahmah (2020). Guided discovery learning berbasis APOS: alternatif mengatasi kesulitan mahasiswa dalam berpikir reflektif matematis. *Prosiding Seminar Nasional Sains (SINASIS)*, 1 (1): 361-372.
- Suryana, A. & R. Ningsih (2018). Analisis kesulitan mahasiswa teknik dalam menyelesaikan soal pemahaman matematis pada mata kuliah kalkulus. *Prosiding Diskusi Panel Nasional Pendidikan Matematika 2018*, 2 (1): 38-51.
- Widiantari, N.M.P., dkk. (2016). Analisis kemampuan berpikir kritis siswa kelas IV dalam pembelajaran matematika. *Jurnal PGSD Universitas Pendidikan Ganesha*, 4 (1): 1-11.