

Kajian Teknik Pengintegralan dalam Kalkulus: Metode Substitusi, Integral Parsial, dan Identitas Trigonometri

Ayundya Nitya Lukita¹, Kartika Nurul Hidayah², Alyanti³, Delia Novitasari⁴,
Ferdi Chandra Triawan⁵, & Ul'fah Hernaenny⁶

^{1,2,3,4,5,6} Universitas Indraprasta PGRI

INFO ARTICLES

Key Words:

Kalkulus Integral; Substitusi;
Parsial; Identitas Trigonometri.



This article is licensed
under a Creative Commons Attribution-
ShareAlike 4.0 International License.

Abstract: This study examines several integration techniques in calculus, namely the substitution method, integration by parts, and trigonometric identities. The purpose of this article is to analyze the concepts, procedures, and applications of these three techniques in solving various integral problems. The method used is a qualitative descriptive approach through library research using books, articles, journals, and other literature, as well as the analysis of representative problem examples. The study results show that the substitution method is effective for integrals involving composite functions, integration by parts is suitable for integrals resulting from the product of two functions, while trigonometric identities help simplify integrals involving trigonometric functions. The analysis also shows that choosing the appropriate technique can facilitate the process of solving integrals. In conclusion, understanding the characteristics and application of integration techniques can improve students' ability to solve more complex integral problems.

Abstrak: Penelitian ini mengkaji beberapa teknik pengintegralan dalam kalkulus, yaitu metode substitusi, integral parsial, dan identitas trigonometri. Tujuan artikel ini adalah menganalisis konsep, prosedur, serta penerapan ketiga teknik tersebut dalam menyelesaikan berbagai permasalahan integral. Metode yang digunakan adalah pendekatan deskriptif kualitatif melalui studi kepustakaan (*library research*) dengan menggunakan buku, artikel, jurnal, dan literatur lainnya, serta analisis contoh soal yang representatif. Hasil kajian menunjukkan bahwa metode substitusi efektif untuk integral yang melibatkan fungsi komposisi, integral parsial sesuai untuk integral hasil perkalian dua fungsi, sedangkan identitas trigonometri membantu menyederhanakan integral yang melibatkan fungsi trigonometri. Analisis juga menunjukkan bahwa pemilihan teknik yang tepat dapat mempermudah proses penyelesaian integral. Kesimpulannya, pemahaman terhadap karakteristik dan penerapan teknik pengintegralan dapat meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan persoalan integral yang lebih kompleks.

Correspondence Address: Jln. Raya Tengah No.80, RT.1/RW.3, Gedong, Kec. Ps. Rebo, Kota Jakarta Timur, Daerah Khusus Ibukota Jakarta 13760, Indonesia; e-mail: ayundyanitya@gmail.com

How to Cite (APA 6th Style): Lukita, A. N., Hidayah, K. N., Alyanti, Novitasari, D., Triawan, F. C., & Hernaeny, U. (2026). Kajian Teknik Pengintegralan dalam Kalkulus: Metode Substitusi, Integral Parsial, dan Identitas Trigonometri. *Prosiding Diskusi Panel Nasional Pendidikan Matematika*, 857-866.

Copyright: Ayundya Nitya Lukita, Kartika Nurul Hidayah, Alyanti, Delia Novitasari, Ferdi Chandra Triawan, & Ul'fah Hernaeny. (2026)

PENDAHULUAN

Kalkulus integral merupakan salah satu cabang matematika yang memiliki peran penting dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Dalam pembelajaran matematika di perguruan tinggi, materi kalkulus integral menjadi salah satu materi yang penting karena menjadi dasar dalam memahami konsep matematika tingkat lanjut. Oleh sebab itu, menurut (Kemendikbud, 2014) Integral merupakan suatu bagian dari matematika yang juga banyak berperan dalam perkembangan ilmu matematika dan penerapan diberbagai bidang. Oleh karena itu, dalam praktik pembelajaran masih banyak mahasiswa yang mengalami kekeliruan dalam menyelesaikan persoalan integral. Kekeliruan tersebut umumnya terjadi karena bentuk fungsi yang beragam sehingga mahasiswa sering mengalami kebingungan dalam menentukan teknik pengintegralan yang tepat. Menurut Mutakin (2015), Kekeliruan-kekeliruan yang dilakukan oleh mahasiswa sudah selayaknya untuk diidentifikasi, terutama pada soal yang dimana persentase kekeliruannya paling banyak. Hal ini menunjukkan bahwa soal tersebut adalah soal yang sulit atau materi tersebut sulit dikuasai oleh mahasiswa. Dengan mengetahui jenis kekeliruan yang dilakukan oleh mahasiswa maka dapat dicari alternatif pemecahan masalahnya agar mahasiswa tidak melakukan kekeliruan apabila bertemu dengan soal yang sejenis, sehingga diharapkan materi tersebut dapat dikuasai oleh mahasiswa.

Beberapa teknik pengintegralan yang sering digunakan dalam kalkulus adalah metode substitusi, integral parsial, dan identitas trigonometri. Ketiga teknik tersebut memiliki langkah penyelesaian yang berbeda sehingga diperlukan pemahaman yang baik agar dapat dilakukan secara tepat sesuai bentuk soal integral. Beberapa penelitian sebelumnya menunjukkan bahwa pemahaman konsep dasar integral sangat memengaruhi kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal kalkulus. Oleh karena itu, kajian mengenai teknik pengintegralan menjadi penting untuk dilakukan guna membantu mahasiswa memahami konsep, prosedur, dan penerapan masing-masing metode secara lebih sistematis. Kajian ini juga relevan karena teknik pengintegralan tidak hanya digunakan dalam pembelajaran matematika, tetapi juga diterapkan dalam berbagai bidang ilmu lainnya.

Berdasarkan uraian tersebut, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana konsep, prosedur, dan penerapan metode substitusi, integral parsial, dan identitas trigonometri dalam menyelesaikan berbagai persoalan kalkulus integral. Adapun tujuan penelitian ini adalah untuk mengkaji teknik-teknik pengintegralan tersebut serta menjelaskan penerapannya dalam penyelesaian soal integral. Penelitian ini diharapkan dapat memberikan pemahaman yang lebih mendalam mengenai teknik pengintegralan sehingga dapat membantu mahasiswa meningkatkan kemampuan dalam menyelesaikan persoalan kalkulus integral secara lebih efektif dan sistematis.

METODE

Penelitian ini menggunakan pendekatan studi literatur (*literature review*) untuk menganalisis dan mengevaluasi berbagai teknik pengintegralan dalam kalkulus, khususnya metode substitusi, integral parsial, dan identitas trigonometri. Studi literatur merupakan metode penelitian yang dilakukan dengan mengumpulkan, menelaah, dan menganalisis berbagai sumber pustaka yang relevan dengan topik penelitian untuk memperoleh pemahaman yang komprehensif mengenai suatu permasalahan (Sari & Asmendri, 2020). Pendekatan ini dipilih karena memungkinkan peneliti untuk menggali informasi dari berbagai penelitian terdahulu, memahami tren penerapan teknik pengintegralan, serta mengidentifikasi kelebihan, keterbatasan, dan efektivitas masing-masing teknik dalam konteks pembelajaran integral. Literatur yang digunakan berupa artikel jurnal, buku, dan hasil penelitian yang relevan dengan topik penelitian serta diterbitkan dalam rentang waktu yang sesuai dengan perkembangan kajian kalkulus integral.

Pengumpulan data dilakukan secara sistematis melalui tiga tahapan utama. Pertama, dilakukan pencarian artikel menggunakan kata kunci yang relevan pada database jurnal seperti Google Scholar atau Sinta. Kedua, dilakukan penyaringan untuk memilih artikel yang benar-benar sesuai dengan

topik peran kalkulus, sementara artikel yang tidak relevan akan dipisahkan. Artikel yang dipilih merupakan sumber yang membahas konsep, prosedur, dan penerapan teknik pengintegralan dalam kalkulus integral. Ketiga, artikel yang terpilih dibaca secara menyeluruh untuk diambil inti sarinya mengenai teknik pengintegralan, khususnya metode substitusi, integral parsial, dan identitas trigonometri.

Teknik analisis data dilakukan menggunakan analisis deskriptif kualitatif, yaitu dengan mendeskripsikan hasil kajian literatur secara sistematis dan terstruktur. Analisis dilakukan dengan menelaah teori-teori yang relevan, kemudian menghubungkannya dengan contoh penerapan dalam penyelesaian soal integral. Proses analisis dilakukan melalui tahap pengelompokan data, reduksi informasi yang kurang relevan, serta interpretasi terhadap hasil kajian yang diperoleh dari berbagai sumber. Hasil analisis disajikan dalam bentuk uraian naratif untuk memberikan pemahaman yang lebih jelas mengenai penggunaan teknik pengintegralan dalam kalkulus.

Penelitian ini memiliki keterbatasan karena hanya menggunakan sumber literatur dan tidak melibatkan penelitian lapangan maupun eksperimen secara langsung. Oleh karena itu, hasil penelitian lebih difokuskan pada kajian teoritis mengenai konsep dan penerapan teknik pengintegralan dalam kalkulus integral.

HASIL

Berdasarkan hasil kajian literatur yang diperoleh dari berbagai buku kalkulus, artikel jurnal, dan hasil penelitian terdahulu, ditemukan bahwa teknik pengintegralan yang paling banyak digunakan dalam penyelesaian persoalan kalkulus integral adalah metode substitusi, integral parsial, dan identitas trigonometri. Ketiga teknik tersebut digunakan sesuai dengan karakteristik fungsi yang diintegrasikan sehingga pemilihan metode yang tepat menjadi faktor penting dalam keberhasilan penyelesaian soal integral.

Hasil kajian menunjukkan bahwa metode substitusi banyak digunakan pada integral yang melibatkan fungsi komposisi atau fungsi yang memiliki hubungan dengan turunannya. Teknik ini berfungsi mengubah bentuk integral yang kompleks menjadi bentuk yang lebih sederhana melalui penggantian variabel tertentu. Sementara itu, integral parsial digunakan untuk menyelesaikan integral yang berbentuk perkalian dua fungsi dan didasarkan pada aturan turunan hasil kali. Adapun teknik integral trigonometri digunakan pada integral yang melibatkan fungsi-fungsi trigonometri dan umumnya memanfaatkan identitas trigonometri untuk menyederhanakan bentuk integral.

Selain mengidentifikasi berbagai teknik pengintegralan, hasil kajian literatur juga menunjukkan adanya berbagai kesulitan yang dialami mahasiswa dalam mempelajari kalkulus integral. Penelitian Mutakin (2015) menunjukkan bahwa kemampuan dasar kalkulus berpengaruh terhadap keberhasilan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal integral. Mahasiswa yang memiliki pemahaman konsep yang baik cenderung lebih mudah menentukan metode penyelesaian yang sesuai dibandingkan mahasiswa yang hanya menghafal langkah-langkah perhitungan.

Hasil penelitian Monariska (2019) menunjukkan bahwa kesalahan mahasiswa pada materi integral sering terjadi pada tahap memahami bentuk fungsi, menentukan substitusi yang tepat, dan melakukan manipulasi aljabar selama proses penyelesaian. Temuan tersebut menunjukkan bahwa keberhasilan pengintegralan tidak hanya ditentukan oleh penguasaan rumus, tetapi juga oleh kemampuan menganalisis karakteristik fungsi yang diintegrasikan.

Selanjutnya, García (2025) menunjukkan bahwa identitas trigonometri memiliki peranan penting dalam proses pengintegralan, khususnya dalam menyederhanakan bentuk fungsi sebelum dilakukan substitusi. Dalam metode *Unified Substitution Method* (USM), berbagai transformasi trigonometri digunakan untuk mengubah bentuk integral yang melibatkan akar kuadrat dan fungsi trigonometri menjadi bentuk yang lebih sederhana. Penelitian tersebut memanfaatkan identitas sudut setengah (*half-angle identities*) dan hubungan antar fungsi trigonometri untuk menghasilkan transformasi yang lebih sistematis dalam penyelesaian integral. Hasil kajian menunjukkan bahwa

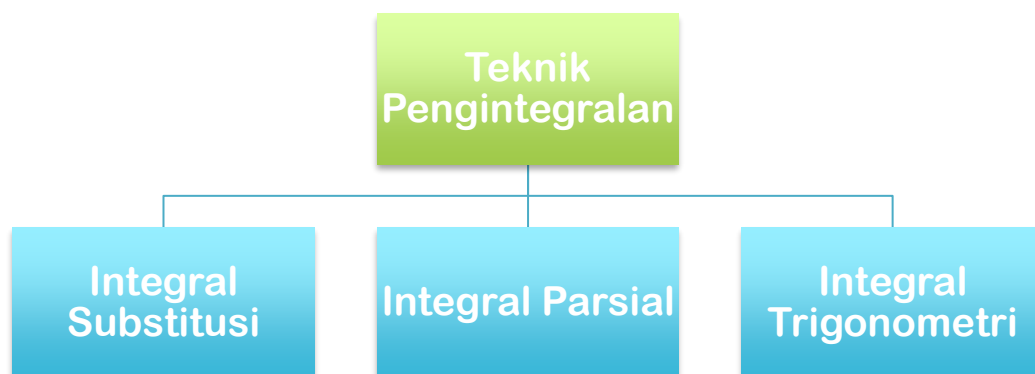
penggunaan identitas trigonometri yang tepat dapat mempermudah proses pengintegralan serta menghubungkan berbagai teknik substitusi klasik dalam satu kerangka penyelesaian yang terpadu.

Kajian yang dilakukan oleh Aziz, Harahap, dan Siregar (2025) menunjukkan bahwa kesulitan mahasiswa dalam mempelajari kalkulus integral tidak hanya disebabkan oleh lemahnya kemampuan prosedural, tetapi juga oleh kurangnya pemahaman konseptual terhadap hubungan antara integral, turunan, dan representasi matematis lainnya. Penelitian tersebut menemukan bahwa banyak mahasiswa mengalami kesulitan dalam mengenali karakteristik fungsi, menentukan teknik pengintegralan yang sesuai, serta menghubungkan konsep integral dengan konsep turunan yang telah dipelajari sebelumnya. Temuan ini menunjukkan bahwa pemahaman konsep yang mendalam sangat diperlukan agar mahasiswa tidak hanya mampu melakukan perhitungan, tetapi juga mampu menentukan strategi penyelesaian yang tepat pada berbagai bentuk persoalan integral.

Berdasarkan berbagai hasil penelitian tersebut, dapat diketahui bahwa pemahaman konsep dasar kalkulus, kemampuan menganalisis karakteristik fungsi, serta penguasaan metode substitusi, integral parsial, dan identitas trigonometri merupakan faktor-faktor yang berperan penting dalam penyelesaian persoalan integral. Hasil kajian juga menunjukkan bahwa setiap teknik pengintegralan memiliki karakteristik dan prosedur yang berbeda sehingga pemilihannya harus disesuaikan dengan bentuk fungsi yang diintegrasikan. Oleh karena itu, pada penelitian ini dikaji tiga teknik pengintegralan yang paling umum digunakan, yaitu metode substitusi, integral parsial, dan identitas trigonometri, beserta prosedur dan contoh penerapannya dalam penyelesaian soal integral.

Rumus dasar integral:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \quad n \neq -1$$



Gambar 1. <Teknik Pengintegralan>

Teknik Pengintegralan

Teknik pengintegralan merupakan metode atau cara yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan integral dengan mengubah bentuk integral menjadi lebih sederhana sehingga dapat dihitung dengan lebih mudah. Teknik pengintegralan digunakan ketika suatu integral tidak dapat diselesaikan secara langsung menggunakan rumus dasar integral. Beberapa teknik pengintegralan yang sering digunakan dalam kalkulus antara lain metode substitusi, integral parsial, dan identitas trigonometri.

1. Integral Substitusi

Metode substitusi merupakan teknik pengintegralan yang dilakukan dengan mengganti bentuk integral yang rumit menjadi bentuk yang lebih sederhana agar lebih mudah diselesaikan. Dalam metode ini, digunakan pemisalan ($u = g(x)$), dengan ($g(x)$) merupakan fungsi yang dapat

diintegrasikan. Substitusi tersebut bertujuan untuk mengubah bentuk $(f(x), dx)$ menjadi $(h(u), du)$. Jika (H) merupakan anti turunan dari (h) , maka diperoleh hubungan:

$$\int f(x)dx = \int h(u) du = H(g(x)) + C$$

Contoh 1.1:

$$\int 3x(x^2 + 1)^4 dx$$

Penyelesaian:

Misal : $u = x^2 + 1$

Maka : $du = 2x dx$

Sehingga : $x dx = \frac{1}{2} du$

(ingat : tidak ada hukum yang mengharuskan substitusi u), sehingga :

$$\begin{aligned} \int 3x(x^2 + 1)^4 dx &= 3 \int \frac{1}{2} u^4 du \\ &= \frac{3}{2} \int u^4 du \\ &= \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4+1} u^{4+1} + C \\ &= \frac{3}{2} u^5 + C \\ &= \frac{3}{2} (x^2 + 1)^5 + C \end{aligned}$$

Contoh 1.2:

$$\int \frac{x^5}{\sqrt{x^6+2}} dx$$

Penyelesaian:

Misal: $u = x^6 + 2$

Maka: $du = 6x^5 dx$

Sehingga: $x^5 dx = \frac{1}{6} du$

$$\begin{aligned} \int \frac{x^5}{\sqrt{x^6+2}} dx &= \frac{1}{6} \int u^{-\frac{1}{2}} du \\ &= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{1/2} u^{\frac{1}{2}} + c \\ &= \frac{1}{3} u^{\frac{1}{2}} + c \\ &= \frac{1}{3} (u^6 - 2)^{\frac{1}{2}} + c \\ &= \frac{1}{3} \sqrt{x^6 + 2} + c \end{aligned}$$

Dari dua contoh, setiap fungsi yang dimisalkan memiliki derajat atau pangkat yang lebih dari pada hasil turunan. Namun demikian, tidak selamanya selalu berperan seperti itu.

2. Integral Parsial

Salah satu teknik dasar dalam kalkulus integral adalah metode integral parsial. Jika integrasi menggunakan cara substitusi tidak berhasil, maka dapat menggunakan cara lain, yaitu integrasi parsial (*integration by part*) atau sering disebut dengan istilah integral parsial. Metode ini didasarkan pada aturan perkalian (*product rule*) dua fungsi pada turunan. Pada umumnya bentuk yang diintegrasikan dengan pengintegralan parsial berbentuk $\int u dv$.

$$\int U \cdot dv = U \cdot V - \int v \cdot du$$

Contoh 2.1:

$$\int x \cos x \, dx$$

Penyelesaian:

Misal:

$$u = x \quad \rightarrow du = dx$$

$$dv = \cos x \, dx \rightarrow v = \sin x$$

Sehingga integral parsial menjadi:

$$\begin{aligned} \int x \cos x \, dx &= x \cdot \sin x - \int \sin x \cdot dx \\ &= x \sin x - (-\cos x) + C \\ &= x \sin x + \cos x + C \end{aligned}$$

Contoh 2.2:

$$\int x(x+5)^4$$

Penyelesaian:

Misal:

$$u = x \quad \rightarrow du = dx$$

$$dv = (x+5)^4 \rightarrow v = \frac{1}{5}(x+5)^5$$

$$\begin{aligned} \int x(x+5)^4 \, dx &= x \cdot \frac{1}{5}(x+5)^5 - \int \frac{1}{5}(x+5)^5 \, d(x) \\ &= \frac{1}{5}x(x+5)^5 - \frac{1}{5} \int (x+5)^5 \, dx \\ &= \frac{1}{5}x(x+5)^5 - \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6}(x+5)^6 + C \\ &= x(x+5)^5 - \frac{1}{30}(x+5)^6 + C \\ &= \frac{1}{30}\{6x(x+5)^5 - (x+5)^6\} + C \\ &= \frac{1}{30}\{(x+5)^5[6x - (x+5)]\} + C \\ &= \frac{1}{30}\{(x+5)^5(6x - x - 5)\} + C \\ &= \frac{1}{30}\{(x+5)^5(5x - 5)\} + C \\ &= \frac{1}{6}(x+5)^5(x-1) + C \end{aligned}$$

3. Integral Trigonometri

Teknik integral trigonometri adalah metode penyelesaian integral yang melibatkan fungsi-fungsi trigonometri, seperti:

$$\sin x, \cos x, \tan x, \cot x, \sec x, \operatorname{cosec} x$$

Teknik ini digunakan ketika suatu integral tidak dapat diselesaikan secara langsung dengan aturan dasar integral, sehingga diperlukan penggunaan identitas trigonometri, substitusi trigonometri, atau rumus-rumus trigonometri tertentu untuk menyederhanakan bentuk integral.

- a) Bentuk 1:
- $\int \sin^n x \, dx$
- dan
- $\int \cos^n x \, dx$

Contoh:

$$\int \cos^5 x \, dx$$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \int \cos^5 x \, dx &= \int \cos^4 x \cos x \, dx \\ &= \int (\cos^2 x)^2 \cos x \, dx \\ &= \int (1 - \sin^2 x)^2 \cos x \, dx \\ &= \int (1 - 2\cos^2 x + \sin^4 x) d(\sin x) \\ &= \sin x - \frac{2}{3}\sin^3 x + \frac{1}{5}\sin^5 x + C \end{aligned}$$

- b) Bentuk 2:
- $\int \sin^m x \cos^n x \, dx$

Contoh:

$$\int \sin^3 x \cos^{-6} x \, dx$$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \int \sin^3 x \cos^{-6} x \, dx &= \int \sin^2 x \cos^{-6} x \sin x \, dx \\ &= \int (1 - \cos^2 x) \cos^{-6} x \sin x \, dx \\ &= \int (\cos^{-6} x - \cos^{-4} x) \sin x \, dx \\ &= -\int (\cos^{-6} x - \cos^{-4} x) d(\cos x) \\ &= -\left(\frac{\cos^{-5} x}{-5} - \frac{\cos^{-3} x}{-3}\right) + C \\ &= \frac{1}{5}\cos^{-5} x - \frac{1}{3}\cos^{-3} x + C \\ &= \frac{1}{5}\sec^5 x - \frac{1}{3}\sec^3 x + C \end{aligned}$$

- c) Bentuk 3:
- $\int \tan^n x \, dx$
- dan
- $\int \cot^n x \, dx$

Contoh:

$$\int \cot^5 x \, dx$$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \int \cot^5 x \, dx &= \int \cot^3 x (\csc^2 x - 1) \, dx \\ &= \int \cot^3 x \csc^2 x \, dx - \int \cot^3 x \, dx \\ &= \int \cot^3 x d(\cot x) - \int \cot x (\csc^2 x - 1) \, dx \\ &= \frac{1}{4}\cot^4 x - \int \cot x \csc^2 x \, dx + \int \cot x \, dx \\ &= \frac{1}{4}\cot^4 x - \int \cot x d(\cot x) + \int \cot x \, dx \\ &= \frac{1}{4}\cot^4 x - \frac{1}{2}\cot^2 x + \ln|\sin x| + C \end{aligned}$$

- d) Bentuk 4:
- $\int \tan^m x \sec^n x \, dx$
- dan
- $\int \cot^m x \csc^n x \, dx$

Contoh:

$$\int \tan^{-\frac{5}{2}} x \sec^4 x \, dx$$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
\int \tan^{-\frac{5}{2}} x \sec^4 x \, dx &= \int \tan^{-\frac{5}{2}} x \sec^2 x \sec^2 x \, dx \\
&= \int \tan^{-\frac{5}{2}} x (\tan^2 x + 1) \sec^2 x \, dx \\
&= \int \left(\tan^{-\frac{1}{2}} x + \tan^{-\frac{5}{2}} x \right) \sec^2 x \, dx \\
&= \int \left(\tan^{-\frac{1}{2}} x + \tan^{-\frac{5}{2}} x \right) d(\tan x) \\
&= 2 \tan^{\frac{1}{2}} x - \frac{2}{3} \tan^{-\frac{3}{2}} x + C
\end{aligned}$$

- e) *Bentuk 5: $\int \sin(mx) \cos(nx) \, dx$, $\int \sin(mx) \sin(nx) \, dx$, dan $\int \cos(mx) \cos(nx) \, dx$*
 Contoh:

$$\int \sin 5x \cos 2x \, dx$$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}
\int \sin 5x \cos 2x \, dx &= \frac{1}{2} \int [\sin(5+2)x + \sin(5-2)x] \, dx \\
&= \frac{1}{2} \int (\sin 7x + \sin 3x) \, dx \\
&= \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{7} \cos 7x - \frac{1}{3} \cos 3x \right] + C \\
&= -\frac{1}{14} \cos 7x - \frac{1}{6} \cos 3x + C
\end{aligned}$$

Secara keseluruhan, hasil kajian menunjukkan bahwa setiap teknik pengintegralan memiliki prosedur, karakteristik, dan bidang penerapan yang berbeda. Pemilihan teknik yang tepat bergantung pada kemampuan dalam mengenali bentuk fungsi yang diintegrasikan. Temuan dari berbagai penelitian terdahulu juga menunjukkan bahwa kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral umumnya berkaitan dengan pemahaman konsep dan ketepatan dalam memilih metode penyelesaian. Dengan demikian, pemahaman terhadap metode substitusi, integral parsial, dan identitas trigonometri menjadi dasar yang penting dalam pembelajaran kalkulus integral dan penyelesaian berbagai persoalan matematika yang lebih kompleks.

PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil kajian literatur, metode substitusi, integral parsial, dan identitas trigonometri merupakan teknik pengintegralan yang paling sering digunakan dalam penyelesaian persoalan kalkulus integral. Ketiga teknik tersebut memiliki karakteristik penggunaan yang berbeda sehingga pemilihannya harus disesuaikan dengan bentuk fungsi yang diintegrasikan. Hasil kajian menunjukkan bahwa keberhasilan penyelesaian integral sangat dipengaruhi oleh kemampuan dalam mengenali karakteristik fungsi serta memilih teknik yang tepat.

Metode substitusi digunakan untuk menyelesaikan integral yang melibatkan fungsi komposisi atau fungsi yang memiliki hubungan dengan turunannya. Teknik ini bertujuan mengubah bentuk integral yang kompleks menjadi bentuk yang lebih sederhana melalui penggantian variabel tertentu. Menurut Puro (2022), metode substitusi merupakan teknik pengintegralan yang dilakukan dengan mengganti suatu variabel sehingga bentuk integral menjadi lebih mudah diselesaikan. Hasil kajian pada artikel ini menunjukkan bahwa metode substitusi efektif digunakan ketika terdapat bagian fungsi yang dapat dimisalkan sebagai variabel baru sehingga proses integrasi menjadi lebih sederhana. Temuan ini sejalan dengan García (2025) yang menjelaskan bahwa berbagai teknik substitusi dapat dikembangkan menjadi pendekatan yang lebih sistematis melalui Unified Substitution Method (USM), sehingga bentuk integral yang kompleks dapat ditransformasikan ke bentuk yang lebih mudah diintegrasikan.

Integral parsial digunakan pada integral yang berbentuk perkalian dua fungsi dan didasarkan pada aturan turunan hasil kali. Hasil kajian menunjukkan bahwa teknik ini sangat bermanfaat ketika metode substitusi tidak dapat diterapkan secara langsung. Sanhadi dan Muklis (2016) menjelaskan bahwa integral parsial merupakan salah satu teknik dasar yang digunakan untuk menyelesaikan integral hasil perkalian dua fungsi melalui pemisahan fungsi menjadi komponen yang lebih mudah diintegrasikan. Berdasarkan contoh-contoh yang dianalisis, keberhasilan penggunaan metode ini sangat bergantung pada ketepatan dalam menentukan fungsi yang dipilih sebagai u dan dv . Semakin tepat pemilihan kedua komponen tersebut, semakin sederhana bentuk integral yang diperoleh dan semakin mudah proses penyelesaiannya.

Sementara itu, identitas trigonometri digunakan untuk menyelesaikan integral yang melibatkan fungsi-fungsi trigonometri. Hasil kajian menunjukkan bahwa penggunaan identitas trigonometri dapat menyederhanakan bentuk integral sehingga lebih mudah diintegrasikan. Temuan ini sejalan dengan García (2025) yang menyatakan bahwa identitas sudut setengah (*half-angle identities*) dan hubungan antar fungsi trigonometri dapat digunakan untuk mentransformasikan bentuk integral yang kompleks menjadi bentuk yang lebih sederhana melalui pendekatan Unified Substitution Method (USM). Dengan demikian, identitas trigonometri berperan penting dalam menyelesaikan integral yang tidak dapat diselesaikan secara langsung menggunakan rumus dasar integral.

Selain itu, hasil kajian menunjukkan bahwa penguasaan konsep dasar kalkulus menjadi faktor penting dalam keberhasilan penggunaan ketiga teknik pengintegralan tersebut. Mutakin (2015) menyatakan bahwa kemampuan dasar kalkulus berpengaruh terhadap kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan persoalan integral. Temuan tersebut diperkuat oleh Monariska (2019) yang menemukan bahwa kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan integral sering terjadi karena kurang mampu mengenali karakteristik fungsi dan menentukan teknik pengintegralan yang sesuai. Sejalan dengan temuan tersebut, Aziz, Harahap, dan Siregar (2025) menjelaskan bahwa kesulitan mahasiswa dalam mempelajari integral tidak hanya disebabkan oleh lemahnya kemampuan prosedural, tetapi juga oleh kurangnya pemahaman konseptual terhadap hubungan antara integral, turunan, dan representasi matematis lainnya. Oleh karena itu, pemahaman konsep yang mendalam menjadi landasan penting dalam menentukan strategi penyelesaian integral yang tepat.

Tabel 1. Perbandingan Teknik Pengintegralan

Teknik	Kelebihan	keterbatasan
Substitusi	Menyederhanakan fungsi komposisi dan relatif mudah diterapkan	Sulit menentukan substitusi yang tepat
Integral Parsial	Efektif untuk perkalian fungsi	Sulit menentukan u dan dv
Integral Trigonometri	Efektif untuk menyelesaikan integral fungsi trigonometri yang kompleks	Memerlukan penguasaan identitas trigonometri

Berdasarkan hasil kajian literatur dan penelitian terdahulu, menunjukkan bahwa metode substitusi, integral parsial, dan identitas trigonometri merupakan teknik yang saling melengkapi dalam penyelesaian persoalan kalkulus integral. Metode substitusi efektif digunakan pada fungsi komposisi, integral parsial sesuai untuk integral berbentuk perkalian fungsi, sedangkan identitas trigonometri berperan dalam menyederhanakan fungsi-fungsi trigonometri sebelum proses integrasi dilakukan. Pemahaman terhadap karakteristik masing-masing teknik akan membantu mahasiswa memilih strategi penyelesaian yang lebih efektif dan sistematis sesuai dengan bentuk fungsi yang diintegrasikan.

Hasil kajian juga menunjukkan bahwa keberhasilan penyelesaian integral tidak hanya ditentukan oleh penguasaan prosedur perhitungan, tetapi juga oleh kemampuan dalam mengenali karakteristik fungsi dan memilih teknik pengintegralan yang tepat. Temuan ini sejalan dengan penelitian Mutakin (2015), Monariska (2019), serta Aziz, Harahap, dan Siregar (2025) yang menegaskan bahwa pemahaman konsep dasar kalkulus memiliki peranan penting dalam penyelesaian persoalan integral.

Selain itu, kajian García (2025) menunjukkan bahwa perkembangan teknik pengintegralan, khususnya melalui pemanfaatan identitas trigonometri dalam *Unified Substitution Method* (USM), dapat membantu menyederhanakan bentuk integral yang kompleks. Dengan demikian, pemahaman yang baik terhadap konsep, prosedur, dan penerapan metode substitusi, integral parsial, serta identitas trigonometri dapat membantu mahasiswa menyelesaikan persoalan kalkulus integral secara lebih efektif, sistematis, dan tepat sesuai dengan karakteristik fungsi yang dihadapi.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil kajian literatur, dapat disimpulkan bahwa metode substitusi, integral parsial, dan identitas trigonometri merupakan teknik pengintegralan yang memiliki karakteristik dan penerapan yang berbeda dalam penyelesaian persoalan kalkulus integral. Metode substitusi efektif digunakan pada integral yang melibatkan fungsi komposisi atau fungsi yang berkaitan dengan turunannya, integral parsial sesuai digunakan pada integral berbentuk perkalian dua fungsi, sedangkan identitas trigonometri berperan dalam menyederhanakan integral yang melibatkan fungsi-fungsi trigonometri.

DAFTAR RUJUKAN

- Salmina, M. (2017). Analisis kekeliruan dalam menyelesaikan soal kalkulus pada mahasiswa pendidikan matematika. *Numeracy Journal*, 4(2), 62-70.
- Sanhadi, K. C. D., & Muklis, Y. M. (2016). Problematika dalam Teknik Integrasi Substitusi dan Parsial Serta Alternatif Pemecahannya. *Prosiding Konferensi Nasional Penelitian Matematika dan Pembelajarannya*, 615-623.
- Mutakin, T. Z. (2015). Analisis Kesulitan Belajar Kalkulus I Mahasiswa Teknik Informatika.
- Monariska, E. (2019). Analisis Kesulitan Belajar Mahasiswa pada Materi Integral.
- Hajizah, M. N. (2019). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Permasalahan Integral Tak Tentu pada Mata Kuliah Kalkulus Integral.
- Prasetyo, H., & Yanuarti, M. (2021). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika Ekonomi Materi Integral.
- Nursyahidah, F. dkk. Investigating Student Difficulties on Integral Calculus Based on Critical Thinking Aspects.
- Aziz, I. R., Harahap, N. S. R., & Siregar, R. N. (2025). *Analysis of students' difficulties on understanding integral concepts*. *Journal of Innovative Mathematics Learning*, 8(4), 469–478.
- García, E. A. J. (2025). *A unified substitution method for integration*. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*.
- Sari, M., & Asmendri. (2020). Analisis naratif, analisis konten, dan analisis semiotik (Penelitian kualitatif). *Ejournal UIN IB Padang*, 18(2), 39–48.