



## ***Catenary Curve* pada Tali Homogen Yang Bergerak Konstan Dipengaruhi Gaya Gesek Udara**

Gembong Mahardika\*, Iman Noor, Ahmad Jahrudin  
Program Studi Pendidikan Fisika Universitas Indraprasta PGRI  
\* E-mail: gembong0603.13tamsel@gmail.com

### **Abstract**

*Air friction is the interaction of a solid substance with a fluid substance in the opposite direction to the movement of a solid object. There are various influences of air friction on various mechanical problems, both in point particles, rigid and non-rigid objects. This study aims to construct a mathematical model that describes the Catenary curve on a homogeneous rope that moves constantly and is influenced by air friction. The method of this research is theoretical analysis through a differential equation approach.*

**Keywords:** Curve, Homogeneous Rope, Air Friction Force, Constant

### **Abstrak**

Gaya gesek udara adalah interaksi zat padat dengan zat fluida yang arahnya berlawanan dengan pergerakan benda padat. Terdapat berbagai pengaruh gaya gesek udara terhadap berbagai permasalahan mekanika, baik pada partikel titik, benda tegar ataupun non-tegar. Penelitian ini bertujuan untuk mengkonstruksikan model matematika yang menggambarkan kurva Catenary pada tali homogen bergerak konstan serta dipengaruhi gaya gesekan udara. Metode penelitian ini adalah analisis teoritis melalui pendekatan persamaan diferensial.

**Kata kunci:** Kurva, Tali Homogen, Gaya Gesekan Udara, Konstan

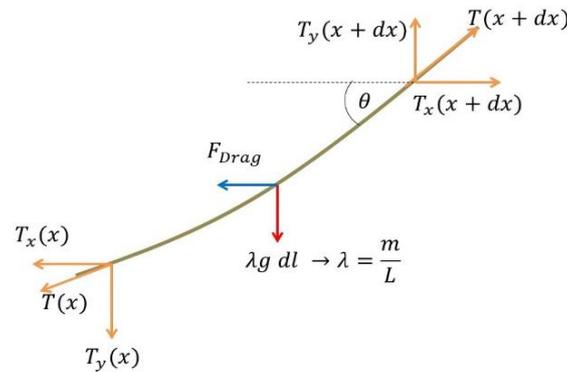
## **PENDAHULUAN**

Para ilmuwan pada umumnya menyelesaikan suatu permasalahan mekanika dengan berbagai kondisi yang membatasi kerumitannya, salah satunya adalah gaya gesekan udara yang diabaikan. Hal ini dikarenakan gesekan udara merupakan fenomena kompleks yang tidak dapat dijelaskan dengan persamaan sederhana. Beberapa pendekatan berasumsi bahwa gaya gesekan udara sebanding dengan kecepatan, namun ada pula yang berasumsi bahwa gaya gesekan udara sebanding dengan kuadrat kecepatan.

Dalam penelitian ini diberikan ilustrasi suatu tali homogen dengan massa per satuan Panjang  $\lambda$  tergantung vertikal pada pengikat kemudian bergerak dengan kecepatan konstan  $v_0$  pada pusat massa tali serta dipengaruhi gaya gesekan udara yang berhembus dengan kecepatan  $v_a$  sepanjang sumbu  $x$ . Fenomena di atas sering dijumpai sehari-hari dan didapati hasil tali tersebut membentuk kurva yang miring, maka yang menjadi pertanyaan selanjutnya adalah apa yang menyebabkan tali terbentuk kurva miring? Bagaimana model matematika yang menggambarkan kurva tali tersebut? Tujuan dari penelitian ini adalah mengkonstruksikan model matematika ilustrasi di atas bertujuan menambahkan keilmuan tentang interaksi zat fluida dengan zat padat dalam mekanika. Dalam penelitian ini juga, peneliti tidak hanya mengkonstruksikan model matematis nya, namun juga dilakukan simulasi terhadap model yang telah terbentuk dengan memasukkan beberapa nilai parameter yang terlibat.

### METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan pada kajian ini menggunakan studi literatur yang luas tentang mekanika klasik dengan pendekatan teoritis matematis melalui pendekatan persamaan diferensial hukum I Newton pada tali homogen bergerak konstan yang dipengaruhi gaya gesekan udara untuk memperoleh persamaan *Catenary Curve* pada tali homogen yang bergerak konstan serta dipengaruhi gaya gesekan udara. Diagram gaya yang bekerja pada ilustrasi diatas adalah sebagai berikut.



**Gambar 1.** Ilustrasi diagram gaya

Pada sistem tali homogen bergerak konstan Gambar 1. Diatas, terdapat 3 gaya yang bekerja, yang pertama adalah gaya gesekan udara. Penelitian ini berfokus pada gaya gesekan udara yang berbanding lurus dengan kuadrat kecepatan tali relatif terhadap angin. Rumus dari gaya gesekan udara adalah:

$$F_{drag} = \frac{1}{2} \rho_f CA (v_0 - v_a)^2 \quad (1)$$

Keterangan:

$F_{drag}$  = gaya gesekan udara (N)

$\rho_f$  = massa jenis udara (1,2 kg/m<sup>3</sup>)

C= koefisien hambatan (1,2 untuk bentuk tali berupa silinder)

A= luas penampang (m<sup>2</sup>)

$V_0$ = kecepatan tali(m/s)

$V_a$ = kecepatan angin (m/s)

Gaya kedua yang bekerja adalah gaya berat yang merupakan fungsi terhadap massa  $dm = \lambda dl$ , dimana  $\lambda = m/L$  adalah massa per satuan panjang, dan  $dl$  adalah perubahan panjang tali yang memenuhi persamaan

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 \quad (2)$$

Gaya ketiga yang bekerja adalah tegangan tali yang berperan dalam memenuhi kondisi hukum I Newton (statis). Besar gaya tegangan pada tali yang bermassa merupakan fungsi terhadap posisi yang dituliskan  $T(x)$  pada ujung, dan pada posisi berikutnya dituliskan  $T(x + dx)$ .

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Hukum I Newton menjelaskan syarat kondisi statis yaitu:

$$\sum F_x = 0 \quad (3)$$

$$\sum F_y = 0 \quad (4)$$

Berdasarkan gambar 1, gaya yang bekerja pada sumbu x dan sumbu y adalah:

$$T_x(x) = F_{drag} \quad (5)$$

$$T_y(x + dx) - T_y(x) - \int \frac{mg}{L} dl = 0 \quad (6)$$

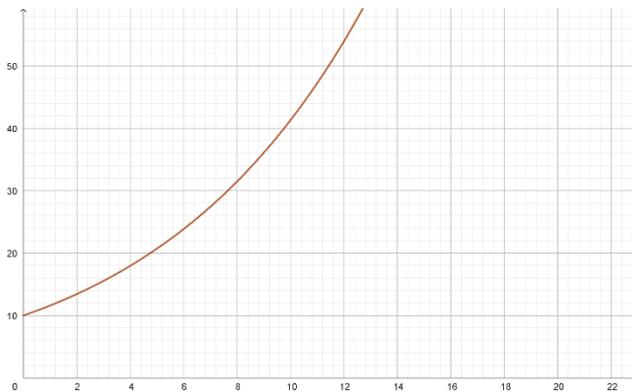
Tangensial sudut  $\theta$  sama dengan rasio  $dy/dx$ . Turunkan tangensial tersebut sehingga diperoleh persamaan diferensial

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2mg}{\rho_f CA(v_0 - v_a)^2 L} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \quad (7)$$

Dengan memasuki kondisi pembatas  $y(x = 0) = h$ , Solusi dari persamaan (7) adalah

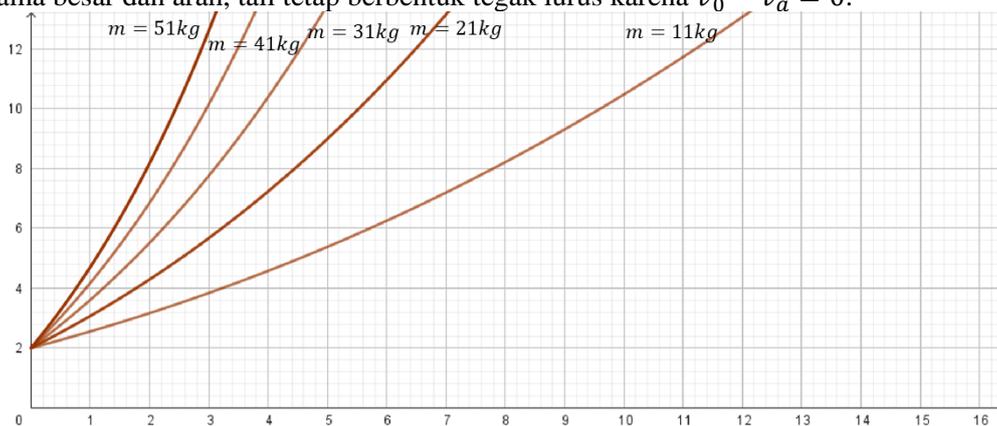
$$y(x) = \frac{\rho_f CA(v_0 - v_a)^2 L}{2mg} \cosh\left(\frac{2mgx}{\rho_f CA(v_0 - v_a)^2 L} + \sinh^{-1}\left(\frac{2mg}{\rho_f CA(v_0 - v_a)^2 L}\right)\right) - \frac{\rho_f CA(v_0 - v_a)^2 L}{2mg} \sqrt{1 + \left(\frac{2mg}{\rho_f CA(v_0 - v_a)^2 L}\right)^2} + h \quad (8)$$

Persamaan (8) fungsi eksplisit  $y(x)$  merupakan kurva tali yang terbentuk ketika bergerak konstan dan dipengaruhi oleh gaya gesekan udara 1 dimensi yang merupakan kurva katenaria sesuai pada ilustrasi dari kurva  $y(x)$  sebagai berikut.

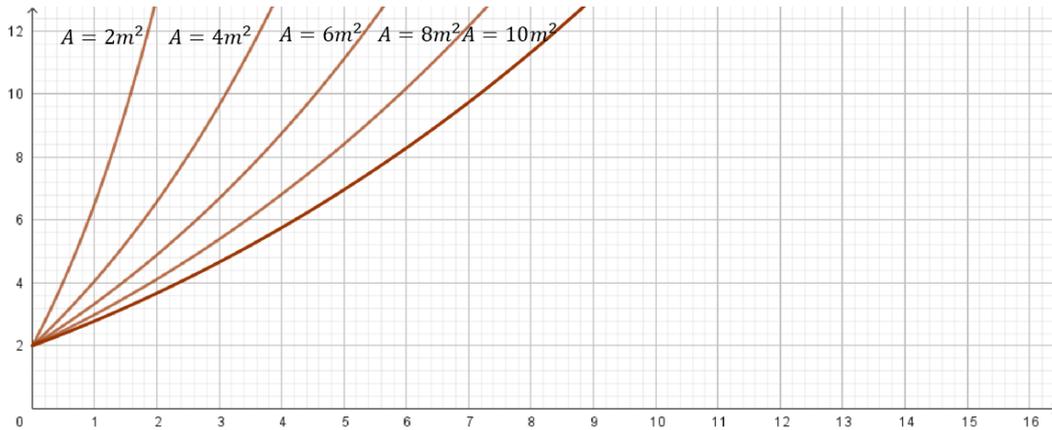


**Gambar 2.** *Catenary Curve* pada tali yang bergerak konstan dipengaruhi gesekan udara

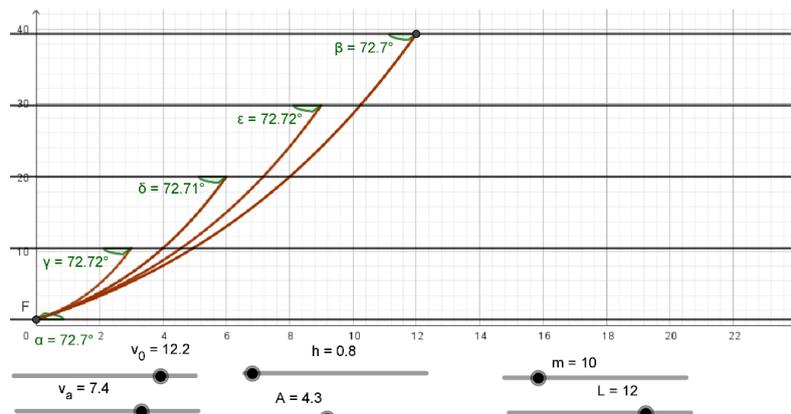
Persamaan (8) menunjukkan besaran yang memengaruhi bentuk kurva adalah kerapatan udara, koefisien hambat tergantung pada geometri tali, kecepatan relatif, panjang tali, massa tali dan percepatan gravitasi. Kecepatan relatif memengaruhi landai atau tidaknya dari kurva tali. Pada kasus arah kecepatan udara dan tali berlawanan, kecepatan relatif nya menjadi  $y(x) \propto (v_0 + v_a)^2$  sementara arah kecepatan udara dan tali yang searah menjadi  $y(x) \propto (v_0 - v_a)^2$ . Apabila kecepatan tali dan udara sama besar dan arah, tali tetap berbentuk tegak lurus karena  $v_0 - v_a = 0$ .



**Gambar 3.** *Catenary curve* apabila massa tali diubah



**Gambar 4.** *Catenary curve* apabila luas permukaan tali diubah



**Gambar 5.** Sudut kemiringan antar ujung tali pada nilai panjang tali bervariasi

Semakin besar massa tali, besar kemiringan pada kurva semakin berkurang karena hubungan matematis  $y(x) \propto m^{-1}$ . Hal ini juga dapat ditinjau dari fisis bahwa tali dengan massa semakin tinggi akan sulit dibuat landai akibat gesekan udara. Sementara apabila luas permukaan tali berubah pada kondisi massa tetap,  $y(x)$  menunjukkan kurva yang semakin miring. Secara fisis, besar gaya gesekan udara semakin besar apabila luas area tali yang terkena angin juga semakin besar. Panjang tali  $L$  tidak memengaruhi kemiringan kurva, melainkan hanya memengaruhi distribusi sudut tali. Hal ini dapat dibuktikan dari gambar 4 walaupun panjang tali berbeda-beda, dalam kondisi yang sama, sudut kemiringan tiap ujung tali bernilai sama.

### PENUTUP

Berdasarkan penelitian yang telah dikaji, pendekatan persamaan diferensial Hukum I Newton pada tali homogen yang bergerak konstan dipengaruhi gaya gesek udara dapat memperoleh persamaan *Catenary Curve* yang menggambarkan kurva tali yang terbentuk. Besaran yang memengaruhi kurva tali yang terbentuk adalah kerapatan udara, koefisien hambat tergantung pada geometri tali, kecepatan tali relatif terhadap angin, panjang tali, massa tali dan percepatan gravitasi.

### DAFTAR PUSTAKA

Azizah, A. N., Kusmayadi, T. A., & Fitriana, L. (2021). The effectiveness of software GeoGebra to improve visual representation ability. *Journal of Physics. Conference Series*, 1808(1), 012059. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1808/1/012059>  
 Boas, M. L. (2005). *Mathematical methods in the physical sciences*. Wiley.

- Candelier, F., Mehlig, B., & Magnaudet, J. (2019). Time-dependent lift and drag on a rigid body in a viscous steady linear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 864, 554–595. <https://doi.org/10.1017/jfm.2019.23>
- Efendi, R., & Sagita, D. (2021). Penerapan Sistem Persamaan Diferensial Linier pada Simulasi Debit Air pada Pipa. *JMPM (Jurnal Material Dan Proses Manufaktur)*, 5(1), 10–17. <https://doi.org/10.18196/jmpm.v5i1.12081>
- Fowles, G. R., & Cassiday, G. L. (2005). *Analytical Mechanics*.
- Giancoli, D. C. (2014). *Physics: Principles with Applications*. Addison-Wesley.
- Hoerner, S. F. (1965). *Fluid Dynamic Drag: Practical information on aerodynamic drag and hydrodynamic resistance*. <http://ci.nii.ac.jp/ncid/BA04740159>
- Lubarda, M. V., & Lubarda, V. A. (2021). An analysis of pendulum motion in the presence of quadratic and linear drag. *European Journal of Physics*, 42(5), 055014. <https://doi.org/10.1088/1361-6404/ac1446>
- Manggala, R. W., & Panuluh, A. H. (2021). Analisis Redaman pada Osilasi Balok Kayu. *Jurnal Fisika Indonesia*, 25(1), 7–10.
- Martínez-Jiménez, L., Cruz-Duarte, J. M., & Rosales-García, J. J. (2019). Fractional solution of the catenary curve. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 44(10), 7969–7978. <https://doi.org/10.1002/mma.5608>
- Morin, D. (2008). *Introduction to classical mechanics: With Problems and Solutions*. Cambridge University Press.
- Nqz, R. A. (2018). *Pengantar Mekanika klasik*. UGM PRESS.
- Nubatonis, O. E. (2021). Model persamaan diferensial orde satu untuk masalah kinematika garis lurus. *Fraktal*, 2(1), 54–63. <https://doi.org/10.35508/fractal.v2i1.4039>
- Sari, I. P., Candraningtyas, S. R., Dewi, H. R., Ilham, A. M., Akbar, R. M., Rawi, S. W., & Muntazhimah, M. (2022). GEOGEBRA DAN KEMAMPUAN PENYELESAIAN MASALAH MATEMATIS: PENELITIAN BIBLIOMETRIK. *Fibonacci*, 8(1), 109. <https://doi.org/10.24853/fbc.8.1.109-120>
- Suherman, S. M., & Zamzami, S. M. (2020). *Matematika Teknik untuk Politeknik*. Penerbit Andi.
- Supriadi, B., Alivia, H., Wahyudianti, R., & Bawani, A. M. A. (2023). Persamaan Gerak Vertikal ke Bawah Dipengaruhi Gaya Gesek Udara Menggunakan Theorema Lagrange. *STRING (Satuan Tulisan Riset Dan Inovasi Teknologi)*, 8(2), 231. <https://doi.org/10.30998/string.v8i2.17839>
- Yudho, G., Nasution, B., & Yogaswara, Y. H. (2023). 1. Analisis Karakteristik Aerodinamika pada Sayap Pesawat UAV dengan Penambahan Winglet. *TNI Angkatan Udara*, 1(1). <https://doi.org/10.62828/jpb.v1i1.43>
- Yuningsih, N., & Sardjito, S. (2020). Gerak Vertikal Benda Berukuran Berbeda yang Jatuh Tanpa Kecepatan Awal dan Bergesekan dengan Udara. *Prosiding Industrial Research Workshop and National Seminar*, 11(1), 710–714. <https://doi.org/10.35313/irwns.v11i1.2104>