



Solusi Kerak Tipis Mekanisme Chameleon Model Skalar Tensor Brans-Dicke

Azwar Sutiono

Departemen Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin

E-mail: azwarsu@mail.com

Abstract

An investigation was conducted on the chameleon mechanism within the scalar tensor Brans-Dicke theory. The fundamental concept of the standard chameleon mechanism is retained, wherein the field becomes massive in regions with high matter density but possesses a very small mass on the scale of the solar system, where matter density is extremely low. Thin-shell solutions are found for static and spherically symmetric objects, demonstrating the relevance of this model to observations on a local scale.

Keywords: Chameleon, Brans-Dicke, Thin-shell.

Abstrak

Dilakukan investigasi pada mekanisme chameleon dalam teori skalar-tensor Brans-Dicke. Gagasan asli dari mekanisme chameleon standar dipertahankan, yaitu medan menjadi masif di wilayah dengan densitas materi tinggi namun memiliki massa yang sangat kecil dalam skala tata surya, di mana densitas materi sangat rendah. Solusi kerak tipis ditemukan pada objek yang statis dan simetri bola, serta menunjukkan relevansi model ini dengan observasi pada skala lokal.

Kata kunci: Chameleon, Brans-Dicke, Kerak-tipis.

PENDAHULUAN

Observasi kosmologi yang menunjukkan bahwa alam semesta saat ini mengembang dipercepat menjadi salah satu masalah terbesar dalam kosmologi modern. Observasi terbaru memperlihatkan bahwa alam semesta dipenuhi oleh $(31.11 \pm 0.56)\%$ materi dan $(68.89 \pm 0.56)\%$ energi gelap (*Dark Energy*, DE), dengan ciri mempunyai tekanan negatif, yang menjelaskan percepatan kosmik saat ini (Aghanim dkk, 2020; Hinshaw, 2013; Kowalski dkk., 2008; Jarosik dkk., 2011; Weinberg, 2012; Allen dkk, 2004; Freedman dkk., 2001). Data observasi dengan keakuratan tinggi di antaranya Supernova Tipe IA (Riess, dkk., 1999; Perlmutter dkk., 1998; Bennet dkk., 2003; Tegmark dkk., 2004; Benitez dkk., 2002; Bernardis dkk, 2000; Fruchter dkk, 1999), anisotropi gelombang mikro kosmik latar belakang (Cosmic Microwave Background, CMB) (Komatsu dkk., 2011), dan umur alam semesta (Jimenez dkk., 1996), memperkuat keberadaan DE tersebut. Hal ini juga dikonfirmasi oleh data Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) terbaru (Hinshaw dkk., 2013) dan satelit Planck (Adam dkk., 2016).

Salah satu metode untuk mempelajari DE adalah dengan melakukan modifikasi terhadap persamaan Einstein. Modifikasi di ruas kanan persamaan Einstein disebut dengan modifikasi materi,

contohnya adalah teori Quintessence dan K-essence. Modifikasi di ruas kiri disebut modifikasi gravitasi, di antaranya teori $f(R)$, model skalar-tensor, dan model Gauss-Bonnet (Tsujiikawa dan Amendola, 2010; Copeland dkk., 2006; Zen, 2009; Nojiri, 2005; Sutiono dkk, 2019; Carter, 2006). Salah satu masalah dari DE adalah yaitu modifikasi tersebut belum dapat diuji dengan akurasi yang tinggi dalam sistem tata surya, baik melalui eksperimen maupun observasi lokal. Oleh karena itu, kita membutuhkan suatu mekanisme untuk menekan pengaruh modifikasi gravitasi dalam skala lokal. Yaitu mekanisme screening (*Screening Mechanism*, SM). Mekanisme ini memanfaatkan medan skalar yang bergantung pada perbedaan densitas untuk mengubah karakteristik medan skalar tersebut dari skala kosmologi ke tata surya (Joyce dkk., 2014).

Khoury dan Weltman (2004) memperkenalkan SM yang disebut mekanisme chameleon dengan massa medan skalar tidak konstan tetapi bergantung pada densitas materi di sekitarnya. Di daerah dengan densitas tinggi, seperti di bumi, massa dari medan skalar cukup besar untuk memenuhi kendala prinsip ekuivalensi dan gaya kelima. Berbeda dalam skala besar, seperti dalam skala kosmologi dengan densitas materi 10^{30} kali lebih kecil dibandingkan lingkungan lokal, massa medan skalar dapat mempunyai orde yang sama dengan H_0 , dengan H_0 adalah konstanta Hubble saat ini, dan dapat berperan sebagai DE yang mempercepat pengembangan alam semesta. Sebagai contoh pada model Quintessence, efek gravitasi medan skalar tidak terdeteksi dalam tes lokal EP, karena kita melakukannya di daerah dengan densitas tinggi. Karena sifat medan skalar ini yang dapat menyesuaikan dengan densitas materi lingkungan, maka disebutlah dengan istilah chameleon.

Dalam penelitian ini diinvestigasi mekanisme chameleon pada model skalar-tensor Brans-Dicke (BD). Dalam teori BD, ada kopling tak minimal antara medan skalar dan geometri serta kopling tak minimal antara medan skalar dan materi (Brans dan Dicke, 1961). Ide dasar dalam penelitian ini adalah kita tetap menjaga orisinalitas dari mekanisme chameleon standar yakni medan skalar bergantung pada densitas materi di sekitarnya, namun dengan melihat bagaimana pengaruh kopling antara medan skalar dengan geometri dan materi terhadap mekanisme chameleon yang baru. Selanjutnya akan ditinjau solusi kerak-tipis yang baru pada model BD dan meninjau kesesuaiannya dengan solusi yang ditemukan pada mekanisme chameleon standar.

TEORI SKALAR-TENSOR BRANS-DICKE

Aksi model skalar-tensor BD diberikan oleh (Brans dan Dicke, 1961; Quiros, 2016),

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\phi \mathcal{R} - \frac{\omega_{BD}}{\phi} (\partial\phi)^2 - 2V(\phi) \right] + 2S_m(A^2(\phi)g_{\mu\nu}, \psi), \quad (1)$$

dengan \mathcal{R} adalah skalar Ricci, $(\partial\phi)^2 = g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi$, $V(\phi)$ adalah potensial medan skalar, dan ω_{BD} parameter kopling BD tak-berdimensi. Metrik $g_{\mu\nu}$ menjadi metrik dalam kerangka Jordan dalam aksi model skalar tensor BD dengan $\tilde{g}_{\mu\nu} = A^2(\phi)g_{\mu\nu}$ menjadi metrik dalam kerangka Einstein. Fungsi $A(\phi)$ adalah suatu fungsi medan skalar yang berkaitan dengan transformasi dari kerangka Einstein ke kerangka Jordan. Persamaan gerak medan skalar didapatkan dengan melakukan variasi terhadap aksi terhadap medan ϕ . Dengan $\delta S = 0$, didapatkan persamaan gerak medan ϕ ,

$$\mathcal{R} + 2\omega_{BD} \frac{\nabla^2 \phi}{\phi} - \omega_{BD} \left(\frac{\partial\phi}{\phi} \right)^2 - 2V_{,\phi} - 2A_{,\phi}\rho = 0. \quad (2)$$

Variasi aksi terhadap metrik $g_{\mu\nu}$ menghasilkan persamaan,

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu} &= \mathcal{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \mathcal{R} \\ &= \omega_{BD} \left[\frac{\partial_\mu \phi}{\phi} \frac{\partial_\nu \phi}{\phi} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \left(\frac{\partial\phi}{\phi} \right)^2 \right] - g_{\mu\nu} \frac{V}{\phi} \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{\phi} (\nabla_\mu \nabla_\nu \phi - g_{\mu\nu} \nabla^2 \phi) + \frac{T_{\mu\nu}}{\phi}. \quad (3)$$

Kontraksikan persamaan (3) dengan $g^{\mu\nu}$ didapatkan,

$$\mathcal{R} = \omega_{BD} \left(\frac{\partial \phi}{\phi} \right)^2 + \frac{4V}{\phi} + 3 \frac{\nabla^2 \phi}{\phi} - \frac{T_{\mu}^{\mu}}{\phi}. \quad (4)$$

Substitusikan persamaan (4) ke persamaan (2) dan mengambil komponen (00) menghasilkan persamaan gerak medan,

$$\nabla^2 \phi = \frac{2}{3 + 2\omega_{BD}} \left[\phi V_{,\phi} - 2V + \left(A_{,\phi} \phi - \frac{A}{2} \right) \rho \right]. \quad (5)$$

Kita dapat menuliskan persamaan (5) dalam bentuk potensial efektif berikut,

$$\nabla^2 \phi = V_{eff,\phi}, \quad (6)$$

dengan,

$$V_{eff,\phi} = \frac{2}{3 + 2\omega_{BD}} \left[\phi V_{,\phi} - 2V + \left(A_{,\phi} \phi - \frac{A}{2} \right) \rho \right]. \quad (7)$$

Dengan mengintegrasikan kedua ruas pada persamaan (7), didapatkan potensial efektif berikut,

$$V_{eff} = \frac{2}{3 + 2\omega_{BD}} \left[\phi V - 3 \int V d\phi + \left(A\phi - \frac{3}{2} \int A d\phi \right) \rho \right]. \quad (8)$$

Sebagaimana yang dilakukan pada mekanisme chameleon standar, kita dapat membuat kondisi dengan gaya akibat medan skalar tersembunyi pada daerah berdensitas tinggi. Selanjutnya dipilih potensial $V(\phi)$ adalah potensial Ratra-Peebels dan kopling materi $A(\phi)$ seperti dalam model chameleon standar (Joyce, 2015),

$$V(\phi) = \frac{M^{4+n}}{\phi^n}, \quad (9)$$

dan

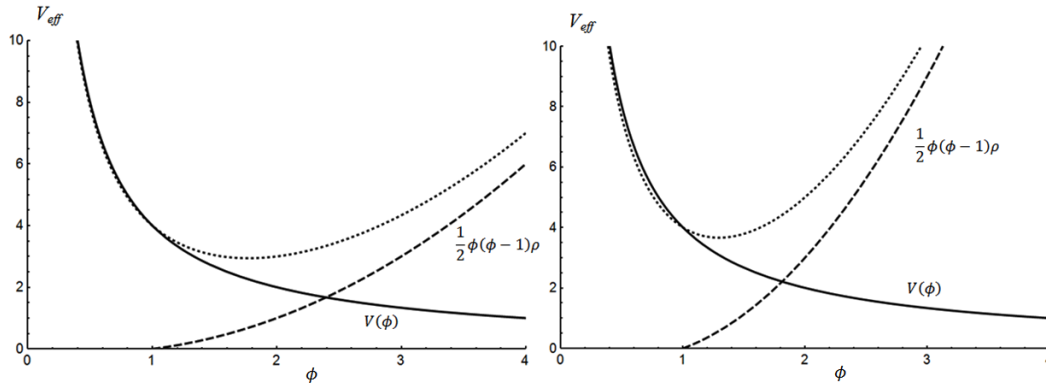
$$A(\phi) = e^{\frac{\beta\phi}{M_{pl}}}, \quad (10a)$$

dengan M adalah konstanta massa, n adalah konstanta positif, β adalah konstanta kopling, dan M_{pl} massa Planck. Berdasarkan eksperimen gravitasi kosmologis dan lokal menetapkan bahwa $\frac{\beta\phi}{M_{pl}} \ll 1$, setidaknya sejak saat terjadinya Nukleosintesis Big Bang (*Big Bang Nucleosynthesis*, BBN) (Brax dkk., 2010). Oleh karena itu, dalam sebagian besar aplikasi model ini, kita dapat, tanpa kehilangan generalitas, menetapkan,

$$A(\phi) \approx 1 + \frac{\beta\phi}{M_{pl}}. \quad (10b)$$

Potensial efektif kemudian didapatkan,

$$V_{eff,\phi} = \frac{2}{3 + 2\omega_{BD}} \left[-(n+2) \frac{M^{4+n}}{\phi^n} + \left(\frac{\beta\phi}{M_{pl}} - \frac{1}{2} \right) \rho \right]. \quad (11)$$



Gambar 1. Potensial efektif merupakan gabungan dari potensial $V(\phi) = 1/\phi^2$ dan kopling materi $\frac{1}{2}\phi(\phi - 1)\rho$. $\rho = 1$ pada plot sebelah kiri dan $\rho = 3$ pada plot sebelah kanan.

Medan skalar minimum ϕ_{min} pada potensial efektif diperoleh pada kondisi,

$$V_{eff,\phi} = 0. \quad (12)$$

Massa efektif medan skalar diberikan oleh turunan kedua dari potensial efektif. Untuk fluktuasi kecil di nilai minimum ϕ_{min} , didapatkan,

$$m_{eff}^2 = \frac{2}{3 + 2\omega_{BD}} \left[n(n + 2) \left(\frac{M^{4+n}}{\phi_{min}^{n+1}} \right) + \frac{\beta\rho}{M_{pl}} \right]. \quad (13)$$

Pada Gambar 1 disajikan plot potensial efektif yang merupakan kombinasi dari potensial $V(\phi)$ dan potensial kopling materi $A(\phi)$. Kita mengambil nilai konstan yang sederhana sebagai langkah awal untuk menunjukkan pengaruh perubahan densitas terhadap potensial efektif medan skalar. Plot di sebelah kiri untuk densitas $\rho = 1$ dan plot di sebelah kanan untuk densitas $\rho = 3$. Dengan membandingkan kedua plot tersebut, terlihat bahwa ketika densitas materi diperbesar maka nilai minimum medan skalar pada potensial efektif menjadi lebih kecil. Berdasarkan persamaan (13), nilai minimum medan skalar yang kecil akan memberikan massa efektif medan skalar yang besar. Pergeseran nilai minimum medan skalar tersebut ketika terjadi perubahan densitas materi menunjukkan bahwa ketika densitas materi membesar maka akan memberikan massa efektif semakin besar pula dan pada saat itu medan skalar dapat berperan sebagai mekanisme *screening*.

SOLUSI BOLA PERSAMAAN MEDAN: MODEL SKALAR TENSOR BRANS-DICKE

Kita akan mencari solusi persamaan medan di dalam dan di luar suatu objek kompak berjari-jari R berbentuk bola dan densitas homogen ρ_c yang berada dalam latar belakang dengan densitas homogen ρ_b . Sebagai contoh, sebuah bola kecil di atmosfer, dengan $\rho_b = \rho_{atm}$, atau sebuah planet dengan ρ_b adalah rata-rata densitas materi di alam semesta/tata surya. Untuk kasus latar belakang statis dan bersimetri bola, persamaan gerak (5) tereduksi menjadi,

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = \frac{2}{3 + 2\omega_{BD}} \left[\phi V_{,\phi} - 2V + \left(A_{,\phi} \phi - \frac{A}{2} \right) \rho(r) \right], \quad (14)$$

dengan ,

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_c & ; r < R, \\ \rho_b & ; r > R. \end{cases} \quad (15)$$

Indeks c digunakan untuk merujuk pada objek kompak yang ditinjau dan indeks b digunakan ketika kita merujuk kuantitas di latar belakang. Medan ϕ_c adalah nilai minimum dari potensial efektif di dalam objek saat $\rho = \rho_c$, medan ϕ_b adalah nilai minimum di latar belakang saat $\rho = \rho_b$, dan $m_c(m_b)$ adalah massa dari fluktuasi kecil medan skalar di sekitar $\phi_c(\phi_b)$. Selanjutnya diajukan syarat batas berikut,

$$\frac{d\phi}{dr} \Big|_{r=0} = 0, \tag{16}$$

$$\frac{d\phi}{dr} \Big|_{r=\infty} = 0, \tag{17}$$

$$\phi(r \rightarrow \infty) = \phi_b. \tag{18}$$

Kondisi pertama berdasarkan simetri di sekitar $r = 0$, dan kondisi lainnya mengikuti persyaratan fisis bahwa gaya- ϕ , yang merupakan representasi dari gaya kelima, antara objek kompak dan partikel uji menghilang ketika jarak antara keduanya menuju tak hingga.

Solusi persamaan (14) akan dicari dengan mengikuti skema yang dilakukan pada mekanisme chameleon standar. Berdasarkan persamaan (15), di dalam bola $r < R$, pada persamaan (14) berlaku $\phi \approx \phi_c$, sedangkan di luar bola ($r > R$), berlaku $\phi \approx \phi_b$. Untuk mendapatkan solusi aproksimasi persamaan (14), diasumsikan bahwa di luar bola, suku $V_{eff,\phi}$ dapat diaproksimasi sebagai potensial harmonik dengan mengekspansikan $V_{eff,\phi}$ dalam deret Taylor di sekitar ϕ_b ,

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = V_{eff,\phi}.$$

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = \underbrace{V_{eff,\phi}(\phi_b)}_{=0} + (\phi - \phi_b) \underbrace{V_{eff,\phi\phi}(\phi_b)}_{=m_b^2} + \underbrace{\frac{(\phi - \phi_b)^2}{2} V_{eff,\phi\phi\phi}(\phi_b)}_{diabaikan} + \dots$$

Sehingga untuk $r > R$,

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = m_b^2(\phi - \phi_b). \tag{19}$$

Solusi umum persamaan (19) adalah,

$$\phi(r) = A \frac{e^{-m_b(r-R)}}{r} + B \frac{e^{m_b(r-R)}}{r} + \phi_b, \tag{20}$$

dengan A dan B adalah konstanta tak berdimensi. Mengingat bahwa syarat batas $\phi \rightarrow \phi_b$ untuk $r \rightarrow \infty$ memberikan $B = 0$, sehingga persamaan (20) menjadi,

$$\phi(r) = A \frac{e^{-m_b(r-R)}}{r} + \phi_b. \tag{21}$$

Untuk $r < R$, kita akan melihat dua solusi berdasarkan dua aproksimasi pada persamaan (14). Didefinisikan R_c membagi interval $[0, R_c]$ ketika $\phi \sim \phi_c$, dan $[R_c, R]$ ketika $\phi \gg \phi_c$. Kita akan mendapatkan solusi dari persamaan di setiap interval dengan dua aproksimasi.

Aproksimasi pertama ketika $\phi \gg \phi_c$ dengan aproksimasi harmonik $V_{eff,\phi}$ tidak lagi berlaku. Jika kita perhatikan pada gambar 1, dapat dilihat bahwa untuk $\phi > \phi_{min}$, potensial V akan meluruh dengan cepat dan suku yang mengandung ρ mendominasi. Sehingga dengan asumsi $\phi \ll M_{pl}$ didapatkan,

$$V_{eff,\phi} \approx Q \left(\frac{\beta\phi}{M_{pl}} - \frac{1}{2} \right) \rho_c, \tag{22}$$

dengan $Q = \frac{2}{3+\omega_{BD}}$. Persamaan (14) menjadi

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} \approx Q \left(\frac{\beta\phi}{M_{pl}} - \frac{1}{2} \right) \rho_c, \tag{23}$$

dengan solusi umum,

$$\phi(r) = \frac{C}{r} e^{-\sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}r} + \frac{D}{2r} \sqrt{\frac{M_{pl}}{Q\beta\rho_c}} e^{\sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}r} + \frac{M_{pl}}{2\beta}, \quad (24)$$

dengan C dan D adalah konstanta tak berdimensi.

Aproksimasi kedua ketika $\phi \sim \phi_c$. Di sini dapat digunakan aproksimasi harmonik,

$$V_{eff,\phi} \approx m_c^2(\phi - \phi_c), \quad (25)$$

dengan solusi umum,

$$\phi(r) = E \frac{e^{-m_c r}}{r} + F \frac{e^{m_c(r-R_c)}}{r} + \phi_c. \quad (26)$$

dengan E dan F adalah konstanta tak berdimensi.

Selanjutnya kita akan mencari solusi medan untuk objek kompak besar. Di dalam objek $r \ll R$, medan skalar meminimalkan V_{eff} , sehingga $\phi \approx \phi_c$. Kondisi ini terjadi di seluruh bagian dalam objek kecuali di dalam suatu kerak-tipis dengan ketebalan $\Delta R = R - R_c$ di bawah permukaan dengan besar medan mulai meningkat (R_c adalah jarak antara kerak-tipis dan pusat objek). Di luar objek saat $r > R$, ϕ menuju ϕ_b . Kita menyebut hal ini sebagai solusi kerak-tipis ketika $0 < R_c < R$. Kasus kerak-tipis pada model chameleon standar menunjukkan ϕ konstan di seluruh bagian di dalam objek, tetapi di daerah kecil (kerak-tipis) dekat dengan permukaan objek, nilai ϕ bervariasi. Solusi dibagi dalam tiga daerah. Jika $\phi(r)$ berada pada limit $r \rightarrow 0$, maka mengharuskan $E = -F e^{m_c R}$. Untuk kasus $R = R_c$, didapatkan $E = -F e^{m_c R_c}$. Sehingga kita dapatkan ϕ dan $d\phi/dr$:

$$\phi(r) = \begin{cases} F \frac{e^{m_c(r-R_c)} - e^{-m_c(r+R_c)}}{r} + \phi_c; & r \in (0, R_c), \\ \frac{C}{r} e^{-\sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}r} + \frac{D}{2r} \sqrt{\frac{M_{pl}}{Q\beta\rho_c}} e^{\sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}r} + \frac{M_{pl}}{2\beta}; & r \in (R_c, R), \\ A \frac{e^{-m_b(r-R)}}{r} + \phi_b; & r \in (R, \infty). \end{cases} \quad (27)$$

$$\frac{d\phi(r)}{dr} = \begin{cases} F \frac{m_c r e^{m_c(r-R_c)} - e^{m_c(r-R_c)} + m_c r e^{-m_c(r+R_c)} + e^{-m_c(r+R_c)}}{r^2}; & r \in (0, R_c), \\ e^{-r \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}} \left(\frac{D e^{2r \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}} \sqrt{M_{pl}} (-1+r) \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}}{\sqrt{Q\beta\rho_c}} - 2C \left(1 + r \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}} \right) \right); & r \in (R_c, R), \\ A \frac{-m_b r e^{-m_b(r-R)} - e^{-m_b(r-R)}}{r^2}; & r \in (R, \infty). \end{cases} \quad (28)$$

Dalam kasus ini, terdapat empat persamaan kontinuitas, dua pada R_c ,

$$F \frac{1 - e^{-2m_c R_c}}{R_c} + \phi_c = \frac{C}{R_c} e^{-\sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}R_c} + \frac{D}{2R_c} \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}} e^{\sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}R_c} + \frac{M_{pl}}{2\beta}, \quad (29)$$

$$F \frac{m_c R_c - 1 + m_c R_c e^{-2m_c R_c} + e^{-2m_c R_c}}{R_c^2} = \frac{e^{-R_c \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}}}{2R_c^2} \left(\frac{D e^{2r \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}} \sqrt{M_{pl}} (-1 + R_c) \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}}{\sqrt{Q\beta\rho_c}} - 2C \left(1 + R_c \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}} \right) \right), \quad (30)$$

dan dua pada R ,

$$\frac{C}{R} e^{-\sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}} + \frac{D}{2R} \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}} e^{\sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}} + \frac{M_{pl}}{2\beta} = \frac{A}{R} + \phi_b, \quad (31)$$

$$\frac{e^{-R \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}}}{2R^2} \left(\frac{D e^{2R \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}} \sqrt{M_{pl}} (-1 + R) \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}}{\sqrt{Q\beta\rho_c}} - 2C \left(1 + R \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}} \right) \right) = A \frac{-m_b R - 1}{R^2}. \quad (32)$$

Dalam kasus kerak-tipis, Khoury dan Weltman (2004) mengasumsikan $\phi = \phi_c$ untuk $r < R_c$ sehingga mengharuskan $F = 0$. Kemudian, kita dapatkan persamaan kontinuitas (29) dan (30) menjadi,

$$\phi_c = \frac{C}{R_c} e^{-\sqrt{\frac{Q\beta\rho_c R_c}{M_{pl}}}} + \frac{D}{2R_c} \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}} e^{\sqrt{\frac{Q\beta\rho_c R_c}{M_{pl}}}} + \frac{M_{pl}}{2\beta}, \quad (33)$$

$$\frac{D e^{2r \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}} \sqrt{M_{pl}} (-1 + R_c) \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}}{\sqrt{Q\beta\rho_c}} = 2C \left(1 + R_c \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}} \right), \quad (34)$$

dan didapatkan,

$$C = - \frac{e^{R_c \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}} \sqrt{M_{pl}} R_c (-1 + R_c) (M_{pl} - 2\beta\phi_c)}{2\beta \left(-\sqrt{M_{pl}} + \sqrt{M_{pl}} R_c + \sqrt{Q\beta\rho_c} + R_c \sqrt{Q\beta\rho_c} \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}} \right)}, \quad (35)$$

$$D = - \frac{e^{-R_c \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}} R_c \sqrt{Q\beta\rho_c} \left(1 + \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}\right) (M_{pl} - 2\beta\phi_c)}{\beta \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}} \left(-\sqrt{M_{pl}} + \sqrt{M_{pl}}R_c + \sqrt{Q\beta\rho_c} + R_c \sqrt{Q\beta\rho_c} \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}\right)}, \quad (36)$$

Substitusi persamaan (35) dan (36) ke dalam persamaan (32) dengan mengasumsikan $m_b R \ll 1$, didapatkan,

$$A \approx C e^{-R \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}} \left(1 + R \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}\right) - D e^{R \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}} \left(\frac{R}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{M_{pl}}{Q\beta\rho_c}}\right),$$

$$A \approx - \frac{e^{-(R_c+R) \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}} (M_{pl} - 2\beta)}{2\beta} \left(\frac{e^{2R_c \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}} M_{pl} R_c \left(-R_c + \sqrt{\frac{M_{pl}}{Q\beta\rho_c}}\right) \left(1 + R \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}\right)}{-R_c(Q\beta\rho_c + M_{pl}) + M_{pl} \left(\sqrt{\frac{M_{pl}}{Q\beta\rho_c}} - \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}\right)} \right.$$

$$\left. + \frac{e^{2R \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}} R_c \left(R + \sqrt{\frac{M_{pl}}{Q\beta\rho_c}}\right) \left(QR_c\beta\rho_c + \sqrt{\frac{\beta\rho_c}{M_{pl}}}\right)}{\sqrt{\frac{\beta\rho_c}{M_{pl}}} \left(R_c(Q\beta\rho_c - M_{pl}) + M_{pl} \left(\sqrt{\frac{M_{pl}}{Q\beta\rho_c}} + \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}\right)\right)} \right). \quad (37)$$

Akhirnya kita mendapatkan solusi eksterior untuk kasus kerak-tipis dengan substitusi (37) ke (21) yaitu,

$$\phi_{thin}(r) \approx - \frac{e^{-(R_c+R) \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}} (M_{pl} - 2\beta)}{2\beta} \left(\frac{e^{2R_c \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}} M_{pl} R_c \left(-R_c + \sqrt{\frac{M_{pl}}{Q\beta\rho_c}}\right) \left(1 + R \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}\right)}{-R_c(Q\beta\rho_c + M_{pl}) + M_{pl} \left(\sqrt{\frac{M_{pl}}{Q\beta\rho_c}} - \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}\right)} \right.$$

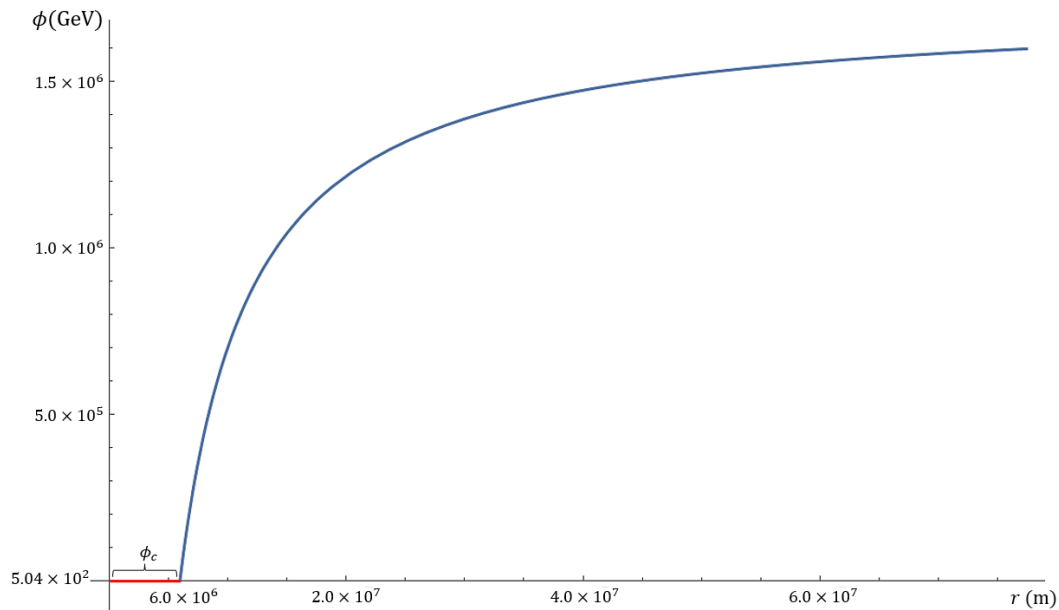
$$\left. + \frac{e^{2R \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}} R_c \left(R + \sqrt{\frac{M_{pl}}{Q\beta\rho_c}}\right) \left(QR_c\beta\rho_c + \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}\right)}{\sqrt{\frac{\beta\rho_c}{M_{pl}}} \left(R_c(Q\beta\rho_c - M_{pl}) + M_{pl} \left(\sqrt{\frac{M_{pl}}{Q\beta\rho_c}} + \sqrt{\frac{Q\beta\rho_c}{M_{pl}}}\right)\right)} \right) \frac{e^{-m_b(r-R)}}{r} + \phi_b. \quad (38)$$

Sebagaimana asumsi yang diambil sebelumnya, R_c adalah jarak antara kerak tipis dan pusat objek yang dapat diperoleh dengan mengkombinasikan persamaan (31), (35), (36), dan (37).

DETEKSI CHAMELEON UNTUK BUMI

Kita akan mengambil contoh medan chameleon dengan memilih bumi sebagai objek. Kita menganggap bumi sebagai bola dengan jari-jari $R = 6 \times 10^6$ m dan densitas $\rho_c = 10 \text{ g/cm}^3$ berada pada latar belakang dengan densitas $\rho_b = 10^{-24} \text{ g/cm}^3$ (Eddington, 1926). Kita mengambil konstanta $n = 2$, $\beta = 10^{19}$, $\omega_{BD} = 10^{50}$ dan $M = 10^3 \text{ GeV}$. Pertama, kita akan mendapatkan nilai ϕ_b , ϕ_c dan massa

efektif m_b dari persamaan (11) dan (13). Gambar 2 menunjukkan plot medan Chameleon Brans-Dicke sebagai fungsi dari r . Kita dapat melihat bahwa $\phi \approx \phi_c = 5.04 \times 10^2$ GeV di dalam bumi ($r < R$), kecuali pada $5.96 \times 10^6 \text{ m} \leq r \leq 6 \times 10^6 \text{ m}$ yang merupakan kerak-tipis pada bumi. Di luar jari-jari bumi, besar medan chameleon meningkat dan menuju konstan di titik menuju tak hingga.



Gambar 2. Medan Chameleon objek Bumi dalam model skalar tensor Brans-Dicke.

Mekanisme chameleon adalah kerangka kerja teoretis yang melibatkan medan skalar, disebut medan chameleon, yang berinteraksi dengan materi. Artinya, ia berinteraksi dengan partikel dan medan lain di lingkungan sekitarnya dengan kekuatan interaksi ini dipengaruhi oleh densitas materi lokal. Karakteristik utama dari mekanisme chameleon adalah kemampuan medan chameleon untuk menyesuaikan massa efektifnya berdasarkan densitas materi sekitarnya. Di daerah dengan densitas materi tinggi, seperti di dekat objek masif, medan chameleon memperoleh massa efektif yang besar. Sedangkan pada daerah dengan densitas materi yang lebih rendah menghasilkan massa efektif yang lebih kecil. Medan chameleon dihipotesiskan sebagai perantara gaya kelima, yang dapat diinterpretasikan sebagai gaya tambahan di luar gaya gravitasi yang dikenal. Kekuatan dan jarak gaya kelima ini langsung terkait dengan massa efektif medan chameleon.

Di daerah dengan densitas materi tinggi, saat medan chameleon memiliki massa efektif yang besar, gaya kelima terkait menjadi berjangkauan pendek (*short – range force*). Gaya tersebut hanya efektif beroperasi pada jarak yang kecil, terbatas pada sekitar objek massif itu sendiri. Sifat jarak pendek gaya kelima ini di daerah dengan densitas tinggi menghasilkan efek *screening*. Efek dari gaya kelima ditekan dan terbatas dalam wilayah spasial yang terbatas. Karena efek *screening*, gaya kelima berjangkauan pendek menjadi diabaikan pada skala kosmologis atau di daerah dengan densitas materi yang lebih rendah. Pada skala kosmologis, saat densitas materi relatif rendah, medan chameleon memiliki massa efektif yang lebih kecil. Di daerah ini, gaya kelima dapat memiliki jarak yang lebih panjang, yang berpotensi menghasilkan efek yang dapat diamati. Secara ringkas, mekanisme chameleon memperkenalkan gaya kelima berjangkauan pendek yang efektif di daerah dengan densitas tinggi dengan medan chameleon memiliki massa efektif yang besar. Gaya jarak pendek ini merupakan konsekuensi dari kemampuan medan untuk menyesuaikan massanya berdasarkan densitas materi lokal, memberikan mekanisme untuk melakukan *screening* efek gaya kelima di lingkungan dengan densitas tinggi.

PENUTUP

Dalam penelitian ini telah ditemukan solusi kerak-tipis untuk medan skalar chameleon pada model skalar-tensor BD seperti ditunjukkan pada persamaan (38). Hasil analisis menunjukkan bahwa

mekanisme dengan solusi kerak-tipis, yang memungkinkan medan chameleon untuk menghindari kendala gaya kelima lokal sambil tetap memediasi gaya jarak jauh dalam skala kosmologis, tetap berlaku dalam teori BD. Mekanisme chameleon BD mempertahankan karakteristik utama dari chameleon standar, seperti potensial efektif yang bergantung pada lingkungan dan efek kerak-tipis yang dihasilkannya. Perilaku medan chameleon yang ditandai oleh kenaikan secara eksponensial setelah melintasi radius bumi, menunjukkan perubahan cepat pada sifat medan skalar saat menjauh dari objek masif. Selanjutnya, medan yang stabil pada jarak yang menuju tak hingga, menunjukkan bahwa pada jarak yang cukup jauh dari bumi, medan chameleon mencapai nilai konstan. Di daerah dengan densitas tinggi, seperti dekat permukaan bumi, medan skalar menunjukkan nilai yang kecil. Namun, medan chameleon memperoleh massa yang substansial dan cukup untuk memberikan efek screening pada gaya kelima. Meskipun terdapat perbedaan dalam struktur teoritis yang mendasarinya, solusi kerak-tipis bekerja dengan cara yang serupa baik dalam mekanisme chameleon BD maupun chameleon standar. Temuan ini memperkuat kelayakan mekanisme chameleon sebagai solusi terhadap uji gravitasi lokal dalam teori gravitasi alternatif.

DAFTAR PUSTAKA

- Aghanim, N., Akrami, Y., Ashdown, M., Aumont, J., Baccigalupi, C., Ballardini, M., Banday, A. J., Barreiro, R. B., Bartolo, N., Basak, S., Battye, R., Benabed, K., Bernard, J.-P., Bersanelli, M., Bielewicz, P., Bock, J. J., Bond, J. R., Borrill, J., Bouchet, F. R., Boulanger, F., Bucher, M., Burigana, C., Butler, R. C., Calabrese, E., Cardoso, J.-F., Carron, J., Challinor, A., Chiang, H. C., Chluba, J., Colombo, L. P. L., Combet, C., Contreras, D., Crill, B. P., Cuttaia, F., de Bernardis, P., de Zotti, G., Delabrouille, J., Delouis, J.-M., Di Valentino, E., Diego, J. M., Doré, O., Douspis, M., Ducout, A., Dupac, X., Dusini, S., Efstathiou, G., Elsner, F., Enßlin, T. A., Eriksen, H. K., Fantaye, Y., Farhang, M., Fergusson, J., Fernandez-Cobos, R., Finelli, F., Forastieri, F., Frailis, M., Fraisse, A. A., Franceschi, E., Frolov, A., Galeotta, S., Galli, S., Ganga, K., Génova-Santos, R. T., Gerbino, M., Ghosh, T., González-Nuevo, J., Górski, K. M., Gratton, S., Gruppuso, A., Gudmundsson, J. E., Hamann, J., Handley, W., Hansen, F. K., Herranz, D., Hildebrandt, S. R., Hivon, E., Huang, Z., Jaffe, A. H., Jones, W. C., Karakci, A., Keihänen, E., Keskitalo, R., Kiiveri, K., Kim, J., Kisner, T. S., Knox, L., Krachmalnicoff, N., Kunz, M., Kurki-Suonio, H., Lagache, G., Lamarre, J.-M., Lasenby, A., Lattanzi, M., Lawrence, C. R., Le Jeune, M., Lemos, P., Lesgourgues, J., Levrier, F., Lewis, A., Liguori, M., Lilje, P. B., Lilley, M., Lindholm, V., López-Cañiego, M., Lubin, P. M., Ma, Y.-Z., Macías-Pérez, J. F., Maggio, G., Maino, D., Mandolesi, N., Mangilli, A., Marcos-Caballero, A., Maris, M., Martin, P. G., Martinelli, M., Martínez-González, E., Matarrese, S., Mauri, N., McEwen, J. D., Meinhold, P. R., Melchiorri, A., Mennella, A., Migliaccio, M., Millea, M., Mitra, S., Miville-Deschênes, M.-A., Molinari, D., Montier, L., Morgante, G., Moss, A., Natoli, P., Nørgaard-Nielsen, H. U., Pagano, L., Paoletti, D., Partridge, B., Patanchon, G., Peiris, H. V., Perrotta, F., Pettorino, V., Piacentini, F., Polastri, L., Polenta, G., Puget, J.-L., Rachen, J. P., Reinecke, M., Remazeilles, M., Renzi, A., Rocha, G., Rosset, C., Roudier, G., Rubiño-Martín, J. A., Ruiz-Granados, B., Salvati, L., Sandri, M., Savelainen, M., Scott, D., Shellard, E. P. S., Sirignano, C., Sirri, G., Spencer, L. D., Sunyaev, R., Suur-Uski, A.-S., Tauber, J. A., Tavagnacco, D., Tenti, M., Toffolatti, L., Tomasi, M., Trombetti, T., Valenziano, L., Valiviita, J., Van Tent, B., Vibert, L., Vielva, P., Villa, F., Vittorio, N., Wandelt, B. D., Wehus, I. K., White, M., White, S. D. M., Zacchei, dan A., Zonca, A., (2020): Planck 2018 results: VI. Cosmological parameters, *Astronomy & Astrophysics* **641**, A6.
- Allen, S. W., Schmidt, R. W., Ebeling, H., Fabian, A. C., dan Speybroeck, L., (2004): Constraints on dark energy from Chandra observations of the largest relaxed galaxy clusters, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **353**, 457-467.
- Amendola, L. dan Tsujikawa, S., (2010): *Dark Energy: Theory and Observations*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Benitez, N., Riess, A. G., Nugent, P.E., Dickinson, M., Chornock, R., . Filippenko, A. V., (2002): The magnification of SN 1997ff, the farthest known supernova, *Astrophys.J.*, **577**, L1-L4.
- Bennett, C. L., Halpern, M., Hinshaw, G., Jarosik, N., Kogut, A., Limon, M., Meyer, S. S., Spergel, D. N., Tucker, G. S., Wollack, E., Wright, E. L., Barnes, C., Greason, M. R., Hill, R. S., Komatsu,

- E., Nolta, M. R., Odegard, N., Peiris, H. V., Verde, L., dan Weiland, J. L., (2003): First year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: preliminary maps and basic results, *Astrophys. J. Suppl.*, **148**, 1.
- Bernardis, P., Ade, P. A. R., Bock, J. J., Bond, J. R., Borrill, J., Boscaleri, A., Coble, K., Crill, B. P., Gasperis, G., Farese, P. C., Ferreira, P. G., Ganga, K., Giacometti, M., Hivon, E., Hristov, V. V., Iacoangeli, A., Jaffe, A. H., Lange, A. E., Martinis, L., Masi, S., Mason, P., Maukkopf, P. D., Melchiorri, A., Miglio, L., Montroy, T., Netterfield, C. B., Pascale, E., Piacentini, F., Pogosyan, D., Prunet, S., Rao, S., Romeo, G., Ruhl, J. E., Scaramuzzi, F., Sforna, D., dan Vittorio, N., (2000): A flat universe from high-resolution maps of the cosmic microwave background radiation, *Nature*, **404**, 955.
- Baessler, S., Heckel, B. R., Adelberger, E. G., Gundlach, J. H., Schmidt, U. dan Swanson H. E., (1999): Improved test of the equivalence principle for gravitational self-energy, *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 3585.
- Bisabr, Y. (2014). Notes on the chameleon Brans-Dicke gravity, *Astrophysics and Space Science*, **350**, 407-411.
- Brans, C. dan Dicke, R. H., (1961). Mach' principle and a relativistic theory of gravitation. *Phys. Rev.*, **124**, 925.
- Brax, P. (2013): Screening mechanisms in modified gravity, *Class. Quantum Grav.*, **30**, 214005.
- Brax, P., Bruck, C & Davis, A., dan Shaw, D. (2009). Laboratory tests of chameleon models, arXiv:0911.1086 [hep-ph].
- Brax, P., van de Bruck, C., Mota, D., Nunes, N. J. and Winther, H. A. (2018). Chameleons with field-dependent couplings, *Physical Review D*, **82**, 083503.
- Burrage, C. dan Sakstein, J. (2016): A compendium of chameleon constraints, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **11**, 045.
- Carter, B. M. N. dan Neupane, I. P., (2006): Towards Inflation and Dark Energy Cosmologies from Modified Gauss-Bonnet theory, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **06**, 004.
- Coley, A., (2003). *Dynamical systems and cosmology*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht Boston London.
- Copeland, E. J., Sami, M., dan Tsujikawa, S., (2006): Dynamics of dark energy, *International Journal of Modern Physics. D.*, **15**, 1753.
- Eddington, A. S., (1926). Bakerian lecture-diffuse matter in interstellar space, *Proceedings of the Royal Society A*, **111**, 424-456.
- Farajollahi, H. dan Salehi, A., (2010): Attractors, statefinders and observational measurement for chameleonic Brans-Dicke cosmology, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **11**, 006.
- Farajollahi, H. dan Salehi, A., (2011): Stability analysis and observational measurement in chameleonic generalised Brans-Dicke cosmology, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, **07**, 036.
- Fujii, Y., dan Maeda, K., (2003). *The Scalar-Tensor Theory of Gravitation*, Cambridge University Press.
- Freedman, W. L., Madore, B. F., Gibson, B. K., Ferrarese, L., Kelson, D. D., Sakai, S., Mould, J. R., Ford, H. C., Graham, J. A., Huchra, J. P., Hughes, S. M. G., Illingworth, G. D., L. Macri, L. M., dan Stetson, P. B., (2001): Final result from the hubble space telescope key project to measure the hubble constant, *The Astrophysical Journal*, **553**, 47-72.
- Fruchter, A. S., Panagia, N., Newberg, H. J. M., Couch, W. J., (1999): Measurements of omega and lambda from 42 high- redshift supernovae, *Astrophys. J.*, **517**, 565.
- Hinshaw, G., Larson, D., Komatsu, E., Spergel, D. N., Bennett, C. L., Dunkley, J., Nolta, M. R., Halpern, M., Hill, R. S., Odegard, N., Page, L., Smith, K. M., J., Weiland, L., Gold, B., Jarosik, N., Kogut, A., Limon, M., Meyer, S. S., G., Tucker, S., dan Wollack, E., (2013): Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: cosmological parameter results, *Astrophysical Journal Supplement*, **208**, 19.
- Hinterbichler, K., Khoury, J., Levy, A., dan Matas, A. (2011): Symmetron cosmology. *Phys. Rev. D*, **84**, 103521.
- Hoskins, J. K., Newman, R. D., Spero, R. dan Schultz, J. (1985): Experimental tests of the gravitational inverse-square law for mass separations from 2 to 105 cm, *Phys. Rev. D*, **32**, 3084.

- Jarosik, N., Bennett, C. L., Dunkley, J., Gold, B., Greason, M. R., Halpern, M., Hill, R. S., Hinshaw, G., Kogut, A., Komatsu, E., Larson, D., Limon, M., Meyer, S. S., Nolta, M. R., Odegard, N., Page, L., Smith, K. M., Spergel, D. N., Tucker, G. S., Weiland, J. L., Wollack, E., dan Wright, E. L. (2011): Seven-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: sky maps, systematic errors, and basic results, *Astrophys. J. Suppl.*, **192**, 14.
- Jimenez, R., Thejll, P., Jorgensen, U. G., Macdonald, J., dan Pagel, (1996): Ages of globular clusters : a new approach, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **282**, 926.
- Joyce, A., Jain, B., Khoury, J., dan Trodden, M. (2015): Beyond the cosmological standard model, *Physics Reports*, **568**, 1-98.
- Khoury, J. and Weltman, A. (2004): Chameleon cosmology. *Phys.Rev. D*, **69**, 044026.
- Khoury, J. and Weltman, A. (2004): Chameleon fields: awaiting surprises for tests of gravity in space, *Phys.Rev.Lett.*, **93**, 171104.
- Mota, D. F., and Shaw, D. J., (2007): Evading equivalence principle violations, cosmological, and other experimental constraints in scalar field theories with a strong coupling to matter, *Phys. Rev. D*, **75**, 063501.
- Komatsu, E., Smith, K. M., Dunkley, J., Bennett, C. L., Gold, B., Hinshaw, G., Jarosik, N., Larson, D., Nolta, M. R., Page, L., Spergel, D. N., Halpern, M., Hill, R. S., Kogut, A., Limon, M., Meyer, S. S., Odegard, N., Tucker, G. S., Weiland, J. L., dan Wollack, E. L., (2011): Wright seven-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: cosmological interpretation, *Astrophys. J. Suppl.*, **192**, 18.
- Kowalski, M., Rubin, D., Aldering, G., Agostinho, R. J., Amadon, A., Amanullah, R., Balland, C., Barbary, K., Blanc, G., Challis, P. J., Conley, A., Connolly, N. V., Covarrubias, R., Dawson, K.S., Deustua, S. E., Ellis, R., Fabbro, S., Fadeyev, V., Fan, X., Farris, B., Folatelli, G., Frye, B. L., Garavini, G., Gates, E. L., Germany, L., Goldhaber, G., Goldman, B., Goobar, A., Groom, D. E., Haissinski, J., Hardin, D., Hook, I., Kent, S., Kim, A. G., Knop, R. A., Lidman, C., Linder, E. V., Mendez, J., Meyers, J., Miller, G. J., Moniez, M., Mourao, A. M., Newberg, H., Nobili, S., Nugent, P. E., Pain, R., Perdereau, O., Perlmutter, S., Phillips, M. M., Prasad, V., Quimby, R., Regnault, N., J. Rich, Rubenstein, E. P., Ruiz-Lapuente, P., Santos, F. D., Schaefer, B. E., Schommer, R. A., Smith, R. C., Soderberg, A. M., Spadafora, A. L., Strolger, L. G., Strovinck, M., Suntzeff, N. B., Suzuki, N., Thomas, R. C., Walton, N. A., Wang, L., Wood-Vasey, W. M., dan Yun, J. L., (2008): Improved cosmological constraints from new, old and combined supernova datasets, *Astrophys. J.*, **686**, 749.
- Nakamura, T., Ikeda, T., Saito, R., dan Yoo, C., (2019). Chameleon field in a spherical shell system, *Physical Review D*, **99**, 044024.
- Nojiri, S., Odintsov, S. D., dan Sasaki, M., (2005): Gauss-Bonnet dark energy, *Phys. Rev. D*, **71**, 123509.
- Paliathanasis, A. (2023): Dynamical analysis in chameleon dark energy, *Fortsch. Phys.*, **71**, 8-9.
- Peiris, H. V., Komatsu, E., Verde, L., Spergel, D. N., Bennett, C. L., Halpern, M., Hinshaw, G., Jarosik, N., Kogut, A., Limon, M., Meyer, S., Page, L., Tucker, G. S., Wollack, E., dan Wright, E. L., (2003): First year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: implications for inflation, *Astrophys. J. Suppl.* **148**, 213.
- Percival, I. dan Richards, D., (1999): *Introduction to Dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G., Knop, R. A., Nugent, P., Castro, P. G., Deustua, S., Fabbro, S., Goobar, A., Groom, D. E., Hook, I. M., Kim, A. G., Kim, M. Y., Lee, J. C., Nunes, N. J., Pain, R., Pennypacker, C. R., Quimby, R., Lidman, C., Ellis, R. S., Irwin, M., McMahon, R. G., Ruiz-Lapuente, P., Walton, N., Schaefer, B., Boyle, B. J., Filippenko, A. V., Matheson, T., Smoot G. F., Bennett, C. L., Kogut, A., Wright, E. L., Aymon, J., Boggess, N. W., Cheng, E. S., de Amici, G., Gulkis, S., Hauser, M. G., Hinshaw, G., Jackson, P. D., Janssen, M., Kaita, E., Kelsall, T., Keegstra, P., Lineweaver, C., Loewenstein, K., Lubin, P., Mather, J., Meyer, S. S., Moseley, S. H., Murdock, T., Rokke, L., Silverberg, R. F., Tenorio, L., Weiss, R., Wilkinson, D. T., (1992): Structure in the COBE differential microwave radiometer first-year maps, *Astrophys. J.*, **396**, L1-L5.
- Quiros, I., García-Salcedo, R., Gonzalez, T., Horta-Rangel, F. dan Saavedra, J. (2016): Brans-Dicke galileon and the variational principle, *European Journal of Physics*, **37**, 055605.

- Riess, A.G., Filippenko, A. V., Challis, P., Clocchiatti, A., Diercks, A., Garnavich, P. M., Gilliland, R. L., Hogan, C. J., Jha, S., Kirshner, R. P., Leibundgut, B., Phillips, M. M., Reiss, D., Schmidt, B. P., Schommer, R. A., Smith, R. C., Spyromilio, J., Stubbs, C., Suntzeff, N. B., Tonry, J., (1998): Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant, *Astron. J.*, **116**, 1009.
- Roy, N. dan Banarjee, N., (2015): Dynamical systems study of Chameleon scalar field, *Annals of Physics*, **35**, 452-466.
- Roy, N. dan Banarjee N., (2017): Generalized Brans-Dicke theory: a dynamical systems analysis, *Physical Review D*, **95**, 452-466.
- Saaidi, K., Mohammadi, A., and Sheikahmadi, H. (2011): γ -parameter and solar system constraint in chameleon-Brans-Dicke theory, *Physical Review D*, **83**, 104019.
- Sutiono, A., Suroso, A., Bansawang, Surungan, T., Zen, F.P., (2019): Dynamical system of gauss-bonnet model with vector field, *Phys.: Conf. Ser.*, **1127**, 012022.
- Tegmark, M., Strauss, M.A., Blanton, M. R., Abazajian, K., Dodelson, S., dan Sandvik, H., (2004): Cosmological parameters from SDSS and WMAP, *Phys. Rev. D.*, **69**, 103501.
- Vainshtein, A. I. (1972). To the Problem of Nonvanishing gravitation mass, *Physics Letters B*, **39**, 393-394.
- Wainwright, J dan Ellis, G.F.R., (1997): *Dynamical systems in cosmology*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Waterhouse, T.P. (2006). An introduction to chameleon gravity. *arXiv: astro-ph/0611816*.
- Weinberg, D. H., Mortonson, M. J., Eisenstein, D. J., Hirata, C., Riess, A. G., dan Rozo, E., (2013): Observational probes of cosmic acceleration, *Physics Reports*, **530**, 87-255.
- Zanzi, A., (2015). Chameleonic theories: A short review, *Universe*. **1**, 446-475.
- Zen, F. P., Arianto, Gunara, B. E., Triyanta and Purwanto, A., (2009): Cosmological evolution of interacting dark energy in lorentz violation, *The European Phys. Journal C*, **63**, 477-490.